

ONTOLOGIE, SEMANTIEK EN FILOSOFIE VAN DE GEEST

IN WITTEGENSTEINS TRACTATUS:

EEN FORMELE ANALYSE.

Met een appendix over niet-klassieke
doxastische logica.

Gert-Jan Lokhorst.

Doctoraalscriptie wijsbegeerte,
Erasmus Universiteit Rotterdam.
1985.

INHOUDSOPGAVE.

Voorwoord.	4
Inleiding.	6
1. Reconstructie van de <u>Sachlagen</u> -ontologie en -semantiek.	13
1.1. Het <u>Sachlagen</u> -model.	13
1.2. Informele interpretatie.	13
1.3. Semantiek.	14
1.4. Technische aspecten; voorbeeld.	16
1.5. Ter vermindering van misverstand.	17
2. Adequaatheid van de reconstructie.	19
2.1. De wereld als de totaliteit van de feiten.	19
2.2. Het bestaan van elementaire situaties en de werkelijkheid.	21
2.3. De onafhankelijkheid van de elementaire situaties.	24
2.4. Beelden.	26
2.5. Gedachten.	28
2.6. Zinnen.	28
2.7. Elementaire zinnen.	32
2.8. Diversen.	35
2.9. Eindconclusie.	36
3. <u>Gegenstände</u> -plus- <u>Sachlagen</u> -ontologie en -semantiek.	39
3.1. Het model.	39
3.2. Informele interpretatie en motivatie.	40
3.3. Logische vorm.	46
3.4. Adequaatheid van de reconstructie.	48

4. De propositionele attitudes.	49
4.1. Het probleem van de propositionele attitudes.	49
4.2. Afgewezen analyses.	51
4.3. Wittgensteins analyse.	54
4.4. Drie verwante opvattingen.	61
4.4.1. Contemporaine theorieën over de "taal van het denken".	61
4.4.2. Hertz over mentale en niet-mentale representatie.	63
4.4.3. De <u>Philosophische Bemerkungen</u> over "erwarten".	66
4.5. Adequaatheid van de analyse.	67
4.6. De "Unsinnigkeit" van propositionele attitude toeschrijvingen.	73
4.7. Slotopmerkingen over Wittgensteins analyse.	77
4.8. Historische notitie: de "complexiteit van de ziel" in de negentiende-eeuwse psychologie.	81
5. Propositionele attitudes en het <u>Gegenstände</u> - plus- <u>Sachlagen</u> model.	84
5.1. Het model.	84
5.2. Toelichting.	84
5.3. Geloofstoeschrijvingen.	85
5.4. <u>Tractatus</u> 5.542 geformaliseerd.	86
5.5. De ziel.	88
5.6. Adequaatheid van de reconstructie.	89
Literatuur.	91
Appendix: niet-klassieke doxastische logica.	98
0. Inleiding.	98
1. Paraconsistente doxastische logica.	101
2. Pluralistische doxastische logica.	112
3. Referenties bij appendix.	124

VOORWOORD.

Het doel van onderstaande scriptie is een formele reconstructie te geven van enige belangrijke delen van Wittgensteins Tractatus. Om precies te zijn: we zullen aandacht besteden aan de volgende onderwerpen.

1. De Gegenstände-ontologie.
2. De Sachlagen-ontologie.
3. De afbeeldingstheorie.
4. De syntaxis en semantiek van een ideaal logisch symbolisme.
5. De analyse van toeschrijvingen van propositionele attitudes (zoals "A denkt dat het regent") en de "philosophy of mind".

De nadruk ligt op punt 5. De reden hiervoor is in de eerste plaats dat Wittgensteins opmerkingen over dit onderwerp zo mogelijk nog duisterder zijn dan die over de onder 1 tot en met 4 genoemde, en in de tweede plaats dat de betreffende passages (met name 5.541-5.5423) voor zover ons bekend is nog niet eerder vanuit een formeel perspectief zijn beschouwd. Daarnaast zijn zij bijzonder intrigerend; waarschijnlijk is over weinig gedeelten uit de Tractatus zoveel geschreven. Onze bespreking is een sterk verbeterde versie van Lokhorst (1985).

We hebben voor een formele benadering gekozen omdat we ontevreden zijn over het niveau van het merendeel van de reeds bestaande Tractatus-interpretaties. Naar onze smaak heeft een interpretatie van een zo duister metafysisch werk als de Tractatus weinig waarde als de interpretatie zelf niet duidelijk is. Toch is dit het gebrek waaraan de meeste tot nu toe gegeven explicaties lijden. Zij bestaan doorgaans uit, zoals Stegmüller het terecht formuleert, een

Ansammlung von sehr undeutlichen Sätzen, die ihrerseits erst expliziert werden müßten.
(Stegmüller 1966: 195)

Een formele reconstructie kan nooit aan dit gebrek lijden; of ze nu adequaat is of niet, ze is in ieder geval duidelijk. We kunnen in ieder geval begrijpen wat er nu precies beweerd wordt. Dit kan van de informele parafrases van de Tractatus die tegenwoordig voor verklaringen doorgaan meestal niet gezegd worden. Formalisering maakt het ook mogelijk de relatieve merites van verschillende interpretaties nauwkeurig te beoordelen, hetgeen anders ook meestal niet goed uitvoerbaar is.

We pretenderen met deze scriptie beslist niet de definitieve formele reconstructie van de Tractatus te geven. Integendeel, we geloven dat men nooit zo'n definitieve reconstructie zal kunnen geven. Daarvoor bevat de Tractatus, zoals we zullen zien, simpelweg te veel lacunes — die men op meerdere wijzen kan opvullen — en te veel tegenstrijdigheden — die men op verschillende wijzen uit de weg kan ruimen. Hoewel we op verschillende duistere punten licht menen te kunnen werpen, hebben we dezelfde wens als Wittgenstein: "Mögen andere kommen und es besser machen." (Tractatus, Vorwort des Verfassers: Wittgenstein 1921, S. 186.)

INLEIDING.

In deze inleiding zullen we een globaal beeld geven van onze reconstructie en uiteenzetten wat de problemen zijn die ons haar de specifieke vorm hebben doen geven die zij heeft gekregen.

Laten we, net zoals Wittgenstein zelf in stelling 1, beginnen met de Sachlagen-ontologie en -semantiek. We kunnen deze het beste bespreken door haar te vergelijken met Carnaps begrip van de "state-description", die hem naar eigen zeggen direct door de Tractatus werd gesuggereerd en die later tot de tegenwoordig alomtegenwoordige "mogelijke werelden" semantiek heeft geleid.

Carnap beschreef het begrip "state-description" in zijn Meaning and Necessity als volgt:

A class of sentences in [language] S_1 which contains for every atomic sentence either this sentence or its negation, but not both, and no other sentences, is called a state-description in S_1 , because it obviously gives a complete description of a possible state of the universe of individuals with respect to all properties and relations expressed by predicates of the system. Thus the state-descriptions represent Leibniz' possible worlds or Wittgenstein's possible states of affairs. (Carnap 1956: p. 9.)

Het was Carnap er niet om begonnen een reconstructie te geven van de Tractatus; toch kunnen we ons afvragen of zijn explicatie in overeenstemming is met de Tractatus. Wel, dat is zij zeker niet. In de Tractatus heet het (4.26):

Die Welt ist vollständig beschrieben durch die Angaben aller Elementarsätze plus der Angabe, welche von ihnen wahr und welche falsch sind.

De wereld wordt volledig beschreven door een dergelijke opsomming; nergens in de Tractatus staat dat we voor de beschrijving van een "state of affairs" (Sachlage) ook zo'n

volledige opsomming nodig hebben. Dit werpt onze eerste vraag op: wat is een Sachlage?

Vervolgen wij onze bespreking van Carnap. Zoals hij uiteenzet, kan men semantische regels geven die van iedere zin van S_1 (atomair of niet) bepalen of hij waar dan wel onwaar is. De verzameling state-descriptions waarin een zin waar is heet de range van de zin; door de semantische regels worden derhalve de ranges van de zinnen van S_1 bepaald, en zo bepalen zij een

interpretation for all sentences in S_1 , since to know the meaning of a sentence is to know in which of the possible cases it would be true and in which not, as Wittgenstein has pointed out. (Ibid., pp. 9-10)

Met de laatste opmerking zal Carnap doelen op Tractatus 4.024: "Einen Satz verstehen, heißt, wissen was der Fall ist, wenn er wahr ist."

Schijnbaar doet Carnap Wittgenstein hier recht. Toch stuiten we ook hier op moeilijkheden. Volgens Wittgenstein is de Sinn van een Elementarsatz een Sachverhalt; het is dan ook verleidelijk een Sachverhalt te identificeren met de range van een atomaire zin, d.i., met de verzameling state-descriptions waarin de zin waar is. Tegenwoordig spreken we over de sense van de zin, de verzameling mogelijke werelden waarin de zin waar is. Maar het is volstrekt uit den boze om dit te doen, want zoals 2.04 zegt:

Die Gesamtheit der bestehenden Sachverhalte ist die Welt.

Hoe kan de wereld nu de "Gesamtheit" van de "bestaande verzamelingen van werelden" zijn? Vatten we "Gesamtheit" als "verzameling" op, dan klinkt het nog absurder: dan zou de wereld de verzameling van de bestaande verzamelingen werelden zijn! Dit is evenwel de lezing die F. von Kutschera (1976: S. 23) geeft van "Gesamtheit":

Wie unsere Welt nach Wittgenstein "alles ist, was der Fall ist", d.h. die Menge der tatsächlich bestehenden Sachverhalte, so ist eine mögliche Welt nichts anderes als eine Menge möglicher Sachverhalte.

Ziehier onze tweede vraag: hoe moeten we "Gesamtheit" hier opvatten? Wellicht niet als "verzameling"; niet voor niets maakt Wittgenstein geen gebruik van de termen "Menge" en "Klasse".

Het antwoord op onze twee vragen is ons ingegeven door Suszko (1966). De structuur die Wittgenstein beschrijft is niet de verzameling mogelijke werelden, maar een Boole-algebra van situaties; om precies te zijn: een complete atomaire Boole-algebra. (De machtsverzameling van de verzameling mogelijke werelden is ook zo'n structuur.) Een Sachlage is, evenals een Sachverhalt, een deel van de (actuele) wereld; een mogelijke wereld is een "som" (supremum) van mogelijke situaties. De Sinn van een zin is nu geen verzameling mogelijke werelden meer, maar het "grootste gemeenschappelijke deel" (infimum) van een verzameling werelden, namelijk van de verzameling werelden waarin die zin waar is. Een zin is waar in een situatie als zijn Sinn een deel is van die situatie. Ziedaar, grof geschetst, ons antwoord op de hierboven door ons gestelde twee vragen. Aangevuld met enige semantische clausules kunnen we nu ook laten zien dat een wereld wel, maar een situatie in het algemeen niet, wordt beschreven door een opsomming van elementaire zinnen zoals in 4.26 wordt bedoeld.

Zoals de Sachlagen-ontologie van de Tractatus niet gereconstrueerd mag worden als mogelijke werelden semantiek avant la lettre, zo is de Gegenstände-ontologie en -semantiek geen Tarski-semantiek in statu nascendi. Dit wordt ten onrechte verondersteld door de Hintikka's (1983: p. 158):

The sense in which elementary (atomic) sentences are pictures according to Wittgenstein [...] is closely related to the Tarski-type truth-definition for atomic sentences.

De opvatting die zij hier verwoorden zou misschien nog niet zo implausibel zijn als men een "nominalistische" interpretatie van de Tractatus aanhangt; maar we nemen, met onder anderen Stenius (1960) en Allaire (1963), aan dat de Tractatus beter "realistisch" geïnterpreteerd kan

worden. Volgens deze interpretatie zijn eigenschappen (qualiteiten) en relaties óók Gegenstände, die precies zoals individuele objecten elementen zijn van de Substanz der Welt. Sachverhalte (elementaire situaties) zijn concatenaties (2.03) van Gegenstände, elementaire zinnen zijn concatenaties van namen (4.22); namen staan voor Gegenstände, en een zin is waar als de concatenatie van Gegenstände die correspondeert met de concatenatie van namen bestaat. Het is duidelijk dat dit weinig lijkt op de Tarski-semantiek, waarin predicaten niet verwijzen naar elementen van het domein, maar corresponderen met deelverzamelingen van het domein (en analoog voor relaties). Een andere benadering is hier geboden.

We zullen hier niet precies uiteenzetten hoe we deze alternatieve benadering in het onderstaande hebben uitgewerkt. We volstaan met te vermelden dat we Wittgensteins opmerkingen eenvoudigweg letterlijk hebben genomen, "at their face-value". Onze reconstructie van de Gegenstände-ontologie lijkt enigszins op die van Mudersbach (1978) en Czermak (1979). We gaan overigens minder uitgebreid in op de Gegenstände-ontologie dan op de Sachlagen-ontologie. De reden hiervoor is, behalve dat we voor een aantal problemen simpelweg geen oplossing hebben, voornamelijk dat we niet al te veel onderwerpen willen aansnijden die irrelevant zijn voor onze latere bespreking van Wittgensteins opmerkingen over de analyse van propositionele attitude toeschrijvingen, het thema waarop in deze scriptie immers de nadruk ligt en waarvoor onze formalisering van de ontologie, afbeeldingstheorie en semantiek slechts de onontbeerlijke voorbereiding vormt.

Tot slot van deze inleiding nog iets over degenen die ons zijn voorgegaan in het formeel reconstrueren van de Tractatus.

De eerste auteur die zich op dit gebied bewoog, was Stegmüller (1966). Hij beperkte zich tot een verheldering van Stenius' interpretatie van de afbeeldingstheorie. We zullen weinig uit zijn, overigens summiere, beschouwing kunnen gebruiken.

Nb 61e

Degene die zich het intensiefst met het formaliseren van de Tractatus heeft bezig gehouden is Wolniewicz, die vanaf het midden van de jaren zestig een hele reeks artikelen aan dit onderwerp heeft gewijd. Het is echter moeilijk te bepalen wat de waarde van zijn beschouwingen is. Wolniewicz's presentatie is bijzonder chaotisch; meestal is het niet duidelijk wat de motivatie achter zijn voorstellen is (zo beweert hij dat het universum van de elementaire situaties een niet-gedegeneerd begrensde supremum-halftralie is dat aan de "descending chain condition" en aan een zekere compactheidsvoorwaarde voldoet, zonder uiteen te zetten wat hem tot deze bewering brengt); verder laat hij volkomen in het midden in hoeverre zijn reconstructie adequaat is (dat wil zeggen: in welke mate zij bij de Tractatus aansluit). Van een adequate reconstructie zou men verwachten dat zij ons in staat stelt sommige stellingen van de Tractatus te bewijzen, en ons soms zelfs in staat stelt passages uit de Tractatus te corrigeren; Wolniewicz's reconstructie voldoet niet aan deze verwachting. Zijn beschouwingen mogen door de Tractatus geïnspireerd zijn, het is niet duidelijk in hoeverre zij hem reflecteren; Wolniewicz moge ons de juiste weg hebben gewezen, het doel heeft hij zelf zeker niet bereikt.

Geslaagder is het artikel van Suszko uit 1968. Suszko heeft zich door Wolniewicz laten attenderen op de formele aspecten van de Tractatus. Evenals de laatste, besteedt hij voornamelijk aandacht aan de Sachlagen-ontologie.

Suszko gaat enigszins anders te werk dan wij. De Tractatus kan opgevat als een verhandeling die is geschreven in een informele semantische metataal; in deze metataal worden taal en werkelijkheid en hun onderlinge relatie beschreven. Nu kan men bij het formaliseren twee dingen doen: (a) de semantische metataal waarin de Tractatus is gesteld formaliseren; of (b) formeel uiteenzetten over welke structuren het betoog gaat. Suszko doet het eerste, wij doen het laatste.

Wij zeggen: in de Tractatus worden die-en-die structuren beschreven, bewijzen daar stellingen over, en controleren vervolgens of die stellingen een informeel Duits pendant hebben in de Tractatus. Suszko daarentegen stelt een axiomatisch systeem op, bewijst theorema's, en kijkt vervolgens of de informele lezing van die theorema's in de Tractatus is terug te vinden. Suszko geeft een axiomatisering van de Tractatus in de eigenlijke zin des woords; wij een beschrijving van dat waarover hij gaat, gesteld in standaard wiskundig jargon. Ondanks dit verschil, kunnen beide benaderingen natuurlijk heel goed met elkaar vergeleken worden; wij geven als het ware de semantiek van Suszko's axiomatisch systeem (of beter gezegd: van een axiomatisch systeem zoals het zijne).

Het eigenaardige van de Sachlagen-ontologie is, in Suszko's ogen, vooral dat zinnen bij Wittgenstein óók feiten zijn. Bij het axiomatiseren moeten we dan ook quantificeren over zinnen. Het resultaat is

a certain strangeness of s-ontology and, consequently, of the whole of Wittgenstein's philosophy. (Suszko 1968: p. 8.)

Volgens Suszko is de Sachlagen-ontologie verwant aan bepaalde opvattingen van Frege en aan de geformaliseerde "protothetica" van Leśniewski. Het universum van de Sachlagen vormt, zoals we reeds vermeldde, volgens Suszko een complete atomaire Boole-algebra, oftewel een mereologie (calculus van delen en gehelen) in een ruime zin des woords. Het laatste aspect hebben wij overgenomen; onze benadering onderscheidt zich voornamelijk door (a) een bespreking van veel meer onderwerpen, en (b) een aanzienlijk eenvoudiger behandeling van de "onafhankelijkheid" van Sachverhalte.

Tenslotte zijn er de korte reconstructies van de Gegenstände-ontologie van Mundersbach (1978) en, in het voetspoor van hem, Czermak (1979). Wij zullen er ter bestemde plaatse aan refereren.

We presenteren onze reconstructie in onderstaande volgorde.

1. Formalisering van de Sachlagen-ontologie en -semantiek. ("Semantiek" is hier: semantiek van de klassieke propositielogica.) We zullen de formalisering zonder veel omhaal van woorden presenteren; wèl zullen onze voorstellen zoveel mogelijk door Tractatus-aanhalingen worden ondersteund.

2. De soberheid van het eerste hoofdstuk wordt in het tweede goedge maakt: hier presenteren we een gedetailleerde vergelijking van onze reconstructie met de Tractatus, en leveren aldus tevens een rechtvaardiging van de reconstructie.

3. Uitbreiding van Sachlagen-ontologie en -semantiek tot geïntegreerde Sachlagen-plus-Gegenstände-ontologie en -semantiek. ("Semantiek" is hier niet: semantiek van de klassieke eerste-orde predicatenlogica; zoals we al zagen, wijken Wittgensteins ideeën over de syntaxis van de elementaire zinnen van een ideale logische taal nogal af van wat in de eerste-orde predicatenlogica gebruikelijk is.)

4. Bespreking van Wittgensteins suggesties voor de analyse van toeschrijvingen van propositionele attitudes.

5. Formalisatie van de in hoofdstuk vier besproken analyse in termen van de reconstructie uit hoofdstuk drie.

$$\#8 (\forall p : \{s(p) \leq w \Leftrightarrow s(p) \leq w'\} \Rightarrow w = w')$$

$$(\forall s \in S \forall w : s \leq w \Leftrightarrow s \leq w') \Rightarrow w = w'$$

1. RECONSTRUCTIE VAN DE SACHLAGEN-ONTOLOGIE EN -SEMANTIEK.

1.1. Het Sachlagen-model.

Een Sachlagen-model is een sextupel

$$(\underline{S}, B, EL, L, w_0, \underline{s}),$$

dat aan de volgende eisen voldoet.

- #1. \underline{S} is een complete atomaire Boole-algebra;
 $\underline{S} = (S, \vee, \wedge, -, 1, 0)$.
- #2. $B \subseteq S$.
- #3. $L \subseteq B$.
- #4. EL is een aftelbaar oneindige verzameling.
- #5. L is de kleinste verzameling z.d.d. $EL \subseteq L$ en als $p, q \in L \Rightarrow \neg p, p \& q \in L$.
- #6. w_0 is een duaal atoom van S .
- #7. \underline{s} is een functie met als domein B , en als bereik S .
Voor $p, q \in L$: $\underline{s}(\neg p) = \neg \underline{s}(p)$, $\underline{s}(p \& q) = \underline{s}(p) \vee \underline{s}(q)$.
- #8. Als w en w' duale atomen zijn van \underline{S} en $w \neq w'$, dan is er tenminste één $p \in EL$ z.d.d. $\underline{s}(p) \leq w$ en $\underline{s}(p) \not\leq w'$.
- #9. Zij $EL = \{p_n : n \in \mathbb{N}\}$. Voor iedere functie $f: \mathbb{N} \rightarrow \{-1, +1\}$ geldt dat $\bigvee (f(n) \cdot \underline{s}(p_n) : n \in \mathbb{N}) \neq 1$.

Notationele conventies:

Variabelen voor elementen van S : s, s', s_1, s_2, \dots
 B : b, b', b_1, b_2, \dots
 L : p, q .
 Variabelen voor duale atomen van \underline{S} : w, w' .

1.2. Informele interpretatie.

S , het universum van \underline{S} , is Wittgensteins "logische ruimte" (logischer Raum). De elementen van S worden "mogelijke situaties" (Sachlagen) genoemd. Er zijn twee oneigenlijke Sachlagen: 1, de onmogelijke situatie, en 0, de noodzakelijke situatie. De duale atomen van S

worden "mogelijke werelden" (mögliche Welten, Notebooks 83(2); vgl. TLP 2.022) genoemd. We duiden de verzameling duale atomen $\cong S$ met de letter "w" aan. $w_0 \in W$ is "de" wereld, d.w.z. de "werkelijke wereld" (die wirkliche Welt, TLP 2.022), "onze wereld" (unsere Welt, TLP 6.1233), "de wereld waarin wij leven" (Notebooks, p. 127).

B is de verzameling "(logische) beelden" (Bilder) van S.

EL is de verzameling elementaire zinnen (Elementarsätze) van de taal L.

" $\underline{s}(b)$ " lezen we als: de Sinn van beeld b. Als een situatie s de Sinn is van een beeld b, zeggen we ook dat b s representeert (darstellt, abbildet).

Als een beeld een oneigenlijke situatie afbeeldt (d.w.z. als $\underline{s}(b) = 1$ of 0), spreken we van een "oneigenlijk beeld". Als een zin een oneigenlijke situatie afbeeldt, spreken we van een "oneigenlijke zin" (pseudopropositie, Scheinsatz).

De verzameling Sinne van elementaire zinnen heet de verzameling "elementaire situaties" (Sachverhalte) SV. Een "feit" (Tatsache) is een situatie s z.d.d. $s \leq w_0$.

Tenslotte zeggen we dat situatie s "bestaat" (besteht), "het geval is" (der Fall ist), of "is bevat" (enthalten ist) in situatie s' als $s \leq s'$. Een situatie bestaat (etc.) simpliciter als hij bestaat in w_0 . Een situatie is dus een feit dan en slechts dan als zij bestaat, het geval is.

1.3. Semantiek.

De waarheidsclausules die in overeenstemming zijn met de Tractatus-waarheidstabellen verkrijgen we door TLP 4.25 te generaliseren naar alle beelden en alle situaties:

Ist der Elementarsatz wahr, so besteht der Sachverhalt; ist der Elementarsatz falsch, so besteht der Sachverhalt nicht.

Dus we definiëren: $\models b/s/$ (beeld b is waar in situatie s) dan en slechts dan als $\underline{s}(b) \leq s$. (In plaats van Wahrheit en Falschheit van beelden spreekt Wittgenstein overigens ook van Richtigheit en Unrichtigkeit, hetgeen hetzelfde betekent.)

We hebben al geëist dat $\underline{s}(-p) = \neg \underline{s}(p)$ en $\underline{s}(p \& q) = \underline{s}(p) \vee \underline{s}(q)$. (Zie eis #7.) Deze eis was ons voornamelijk ingegeven door de wens te garanderen dat 5.2341 correct is. Maar deze eis heeft nu het prettige gevolg dat, voor alle $w \in W$, $\models -p/w/ \Leftrightarrow \not\models p/w/$ en $\models p \& q/w/ \Leftrightarrow \models p/w/$ en $\models q/w/$.

Merk op dat $\underline{s}(p) = \bigwedge (s \in S: \models p/s/)$ = $\bigwedge (w \in W: \models p/w/)$; dit sluit aan bij wat we al in onze inleiding opmerkten over Sinne.

Merk ook op dat voor alle situaties $s \in S$, $\models p \& q/s/ \Leftrightarrow \models p/s/$ en $\models q/s/$. Maar de verzameling zinnen die waar zijn in een situatie is doorgaans niet compleet met betrekking tot de taal (in de zin dat $\models -p/s/$ of $\models p/s/$ voor iedere p); dit sluit aan op wat we in het begin van onze inleiding opmerkten naar aanleiding van Carnaps beweringen over Sachlagen.

Verder merken we op dat $\models p/s/$ voor alle s als p een tautologie is en dat $\not\models p/s/$ voor alle s behalve 1 als p een contradictie is. Dit komt door $\underline{s}(p) = 0$ als p een tautologie is, en $\underline{s}(p) = 1$ als p een contradictie is. Vergelijk TLP 4.461-4.4661, 5.142-3.

We zeggen wel dat b waar is (simpliciter) als p waar is in w_0 . We zeggen dat p logisch geldig is (notatie: $\models p$) dan en slechts dan als voor alle Sachlagen-modellen $\models p/0/$.

1.4. Technische aspecten; voorbeeld.

1. De actuele wereld w_0 is het supremum van de Sachverhalte en complementen van Sachverhalte die het geval zijn (d.w.z., deel uitmaken van w_0). Dit volgt uit #8.

2. Voor iedere $f: N \rightarrow \{-1, +1\}: \bigvee (f(n).s(p_n): n \in N) \in w$. (Waar $\{p_n: n \in N\} = EL$.) Dit volgt uit #8 en #9.

3. De subalgebra van de Sinne wordt onafhankelijk (equivalent: vrij) gegenereerd door de subalgebra van de Sachverhalte.

4. De subalgebra van de Sinne is isomorf met de Lindenbaum algebra van de propositiecalculus. (Want zij hebben een verzameling vrije generatoren van dezelfde kardinaliteit.)

5. De gehele algebra \underline{s} wordt gegenereerd door de verzameling Sachverhalte (maar niet vrij gegenereerd: oneindige vrije atomaire Boole algebras bestaan niet).

Voor iedere Sachlage s geldt

$$s = \bigwedge (\bigvee (s' \in S: s' \leq w \text{ en } s' \in SV \text{ of } -s' \in SV): w \geq s).$$

(Ook bij Suszko 1968, p. 20, wordt de Sachlagen-algebra door de Sachverhalte-subalgebra gegenereerd.)

6. Er zijn \aleph_0 Sachverhalte, \aleph_0 Sinne, 2^{\aleph_0} werelden, $2^{(2^{\aleph_0})}$ Sachlagen (precies zoals bij Suszko 1968, p. 21). Iedere wereld bevat \aleph_0 Sinne en $2^{(2^{\aleph_0})}$ Sachlagen.

7. De klassieke propositiecalculus CPC is gezond en volledig t.o.v. de klasse van alle Sachlagen-modellen.

D.w.z.: $\models p \Leftrightarrow \vdash p$, waar \vdash staat voor "het is CPC-afleidbaar dat".

Bewijs: " \Leftarrow " via routine calculatie. " \Rightarrow " is de interessante richting, omdat het geven van een volledigheidsbewijs tevens laat zien dat er tenminste één Sachlagen-model "bestaat" (althans in Cantors paradijs).

We definiëren een "kanoniek model" (zie Chellas 1980) op de volgende wijze. \underline{s} is de machtsverzameling van de verzameling van alle verzamelingen zinnen die maximaal consistent zijn t.o.v. CPC. $\bigvee, \bigwedge, -$ zijn verzamelingstheoretische doorsnede, vereniging, complementatie; 1 is \emptyset , 0 is de verzameling van alle CPC-max. consist. verzz. We identificeren de elementen van L met willekeurige elementen van S (dit kan, want de cardinaliteit van L is \aleph_0 , die van S is $2^{2^{\aleph_0}}$). $B = L$.

$s = \{ \langle p, X \rangle : X \text{ is de verzameling van alle CPC-max.consist. verzamelingen } Y \subseteq L \text{ z.d.d. } p \in Y \}$. Nu moeten we in de eerste plaats bewijzen dat het kanonieke model een Sachlagen-model is. Dit is eenvoudig; het enige vermeldenswaardige punt is het bewijs dat het model aan conditie #9 voldoet.

Bewijs: $EL = \{ p_n : n \in N \}$. Zij $q_n = p_n$ of $q_n = -p_n$. $\{ q_n : n \in N \}$ is CPC-consistent. Krachtens Lindenbaum's lemma is er een CPC-max. consistente verzameling w z.d.d. $\{ q_n : n \in N \} \subseteq w$. M.a.w.: $\exists w \forall n \in N q_n \in w$. Derhalve $\exists w \forall n \in N w \in \{ w \in W : q_n \in w \}$; $\Rightarrow \exists w w \in \bigcap_{n \in N} \{ w \in W : q_n \in w \}$; $\Rightarrow \bigcap_{n \in N} \{ w \in W : q_n \in w \} \neq \emptyset$; $\Rightarrow \bigvee \{ \pm s(p_n) : n \in N \} \neq 1$, Q.E.D. In de tweede plaats moet bewezen worden dat $\vdash p \Rightarrow \models p/0$. Dit is eenvoudig.

(Overigens was Wittgenstein zelf niet geïnteresseerd in axiomatisering; die achtte hij overbodig. TLP 5.132; Pavičić 1979.)

1.5. Ter vermijding van misverstand.

1. Men heeft weleens opgemerkt dat het model een complete atomaire Boole-algebra als universum heeft omdat het in de Tractatus om de klassieke propositiecalculus gaat. Het één heeft echter niets met het ander te maken, zoals men gemakkelijk kan verifiëren. (Door de condities op \underline{s} te veranderen kan men het model andere logica's laten determineren.)

2. Men heeft weleens opgemerkt dat een waarheidstabel een goed model voor Wittgenstein's wereldbeeld zou zijn. Dit is absurd, al is het alleen maar omdat de "logische ruimte" de zinnen van de taal bevat en daarom oneindig veel elementen heeft. In 4.463 spreekt Wittgenstein trouwens zelf van de "unendliche" logische ruimte; ook Suszko eist expliciet een oneindig model (blz. 21).

2. ADEQUAATHEID VAN DE RECONSTRUCTIE.

In onderstaand overzicht worden alle stellingen uit Tractatus 1 - 5.54 genoemd die:

- a) betrekking hebben op de Sachlagen-ontologie; of
- b) betrekking hebben op Bilder zonder dat de interne structuur van Bilder ter sprake komt; of
- c) betrekking hebben op de Sachlagen-semantiek (van de propositiecalculi).

Van iedere genoemde stelling wordt de status van haar formeel pendant in de reconstructie aangegeven. Bewijzen zijn meestal weggelaten omdat ze doorgaans eenvoudig zijn. We zullen de stellingen systematisch rangschikken; de volgorde van onze bespreking is de volgorde waarin de besproken onderwerpen voor de eerste keer ter sprake worden gebracht in de Tractatus.

"Gesamtheit" lezen we als "supremum". Waar deze lezing aanleiding geeft tot moeilijkheden, zullen we dit uiteraard aangeven. (Zie met name het commentaar bij 4.001.)

2.1. De wereld als de totaliteit van de feiten.

1 Die Welt ist alles, was der Fall ist.

Explicatie: Die Welt ist die Gesamtheit aller Sachlagen, welche der Fall sind.

Transcriptie: $w_0 = \bigvee (s \in S: s \leq w_0)$ (krachtens definities in § 1.2 van het eerste hoofdstuk).

Formele status van de transcriptie in de reconstructie: bewijsbaar (eenvoudige stelling van de Boole-algebra).

1.1 Die Welt ist die Gesamtheit der Tatsachen [...].

Transcriptie: $w_0 = \bigvee (s \in S: s \leq w_0)$.

Status: bewijsbaar.

1.11 Die Welt ist durch die Tatsachen bestimmt und dadurch, daß es alle Tatsachen sind.

Transcriptie: Laat T de verzameling Tatsachen zijn en $U \subseteq T, U \neq T$. Dan $w_0 = \bigvee T$, maar $s = \bigvee U \not\Rightarrow s = w_0$.

Status: bewijsbaar.

1.12 Denn, die Gesamtheit der Tatsachen bestimmt, was der Fall ist und auch, was alles nicht der Fall ist.

Transcriptie: w_0 (die Gesamtheit der Tatsachen) bepaalt een partitie van de logische ruimte; voor iedere Sachlage s geldt $s \leq w_0$ of $s \not\leq w_0$: s is het geval of niet.

Status: bewijsbaar.

1.13 Die Tatsachen im logischen Raum sind die Welt.

Transcriptie: $w_0 = \bigvee (s \in S: s \leq w_0)$.

Status: bewijsbaar.

1.2 Die Welt zerfällt in Tatsachen.

Explicatie: = 1.1.

1.21 Eines kann der Fall sein oder nicht der Fall sein und alles übrige gleich bleiben.

Status: onjuist. Dit geldt alleen voor Sachverhalte; Sachlagen, Tatsachen, zijn niet onafhankelijk (in de zin van de Boole algebra). Zie onze bespreking hieronder (§ 2.3); zie ook 5.135.

Conclusie: Er bestaat een grote mate van overeenstemming tussen onze reconstructie en dit gedeelte van de TLP. Onze reconstructie laat duidelijk zien wat Menger (1980) al eerder opmerkte: de eerste stellingen vormen een tamelijk repetitief geheel.

2.2. Het bestaan van elementaire situaties en de werkelijkheid.

2 Was der Fall ist, die Tatsache, ist das Bestehen von Sachverhalten.

Explicatie: Hier worden twee dingen gezegd.

a) s ist der Fall = s ist eine Tatsache.

Status: juist.

b) Die Tatsache ist das Bestehen von Sachverhalten.

Dit is een tamelijk cryptische opmerking. We weten wel wat een bestaande Sachverhalt is; maar wat is het bestaan van Sachverhalte? De verzameling bestaande Sachverhalte? Onder deze lezing zou het formele pendant van de opmerking in onze reconstructie onjuist zijn. Is het bestaan van Sachverhalte het supremum van de verzameling bestaande Sachverhalte? Ook dit zou een onjuiste transcriptie opleveren. Waarom gebruikt Wittgenstein soms "bestaand", soms "het bestaan van"? Heeft hij wel een duidelijk verschil tussen deze twee termen op het oog? Menger (1980) noemt zijn gebruik van deze twee termen "loose" (p. 26). Daarmee zullen we het eens moeten zijn; we kunnen in ieder geval niet zeggen dat een feit iets is van de vorm

daß Sachverhalt ... besteht,

want zoals uit een vergelijking van bijvoorbeeld 1.1 en 2.04 blijkt, is een feit iets van dezelfde soort als een bestehende Sachverhalt. Een feit kan dus niet het hebben van de eigenschap "bestaan" door een Sachverhalt zijn.

De enige manier waarop we 2 begrijpelijk kunnen maken, is door te stellen dat het een uitdrukking is

van de omstandigheid dat het al dan niet het geval zijn van een situatie afhankelijk is van welke Sachverhalte bestaan en welke niet. Een situatie s is het geval dan en slechts dan als bepaalde Sachverhalte s_1, s_2, \dots het geval zijn. Onder de laatste lezing is de stelling bewijsbaar in onze reconstructie: zie § 1.4, punt 5.

2.04 Die Gesamtheit der bestehenden Sachverhalte ist die Welt.

Transcriptie: $w_0 = \bigvee (s \in SV: s \leq w_0)$.

Status: onjuist.

Juist zou zijn:

- a) Die Gesamtheit der bestehenden Sachverhalte bestimmt die Welt. (Vgl. 4.26, 2.05.) Op grond van #8 correspondeert met iedere wereld immers één unieke verzameling in die wereld bestaande Sachverhalte.
- b) De wereld is de Gesamtheit van de bestaande Sachverhalte en complementen van Sachverhalte ("negatieve" Sachverhalte): § 1.4, punt 1.
- c) De stelling zou ook juist zijn als het complement van een Sachverhalt óók een Sachverhalt is. Maar dat is waarschijnlijk niet in overeenstemming met Wittgensteins inzichten. Want stel dat het complement van een Sachverhalt ook een Sachverhalt is. De Sachverhalt wordt beschreven door een elementaire zin; zijn complement wordt dus beschreven door de negatie van een elementaire zin, — maar, omdat het immers ook een Sachverhalt is, ook door een elementaire zin. Maar door welke elementaire zin? Door de negatie van de eerste elementaire zin? Dat kan niet; want "Of course no elementary props are negative". (Notebooks, p. 131, punt 6.) Door een andere elementaire zin? Dat is in strijd met de onafhankelijkheid van elementaire zinnen (TLP 5.152). Een derde mogelijkheid is er niet.

2.05 Die Gesamtheit der bestehenden Sachverhalte bestimmt auch, welche Sachverhalte nicht bestehen.

Status: bewijsbaar.

2.06 Das Bestehen und Nichtbestehen von Sachverhalten ist die Wirklichkeit. [...]

Transcriptie: geen.

Commentaar: vergelijk 2 voor "bestaan" en "niet bestaan", 2.063 voor "werkelijkheid".

2.063 Die gesamte Wirklichkeit ist die Welt.

Transcriptie: geen.

Commentaar. 2.04, 2.06 en 2.063 vormen gezamenlijk een vreemd drietal; combineren we hen met elkaar, dan krijgen we een absurd resultaat:

Das gesamte Bestehen und Nichtbestehen von Sachverhalten (= die Wirklichkeit, volgens 2.06) ist die Gesamtheit der bestehenden Sachverhalte (= die Welt, volgens 2.04).

We kunnen Wittgenstein hier overduidelijk niet letterlijk nemen; we moeten trachten te begrijpen wat hij zou kunnen bedoelen en het vervolgens duidelijker zeggen.

Vrijwel iedere commentator heeft zich in bochten gewrongen om dit voor elkaar te krijgen, maar door het informele, vage karakter van de gebruikelijke commentaren is de plausibiliteit die de verklaringen soms lijken te hebben bij nader inzien altijd illusoir. Wellicht het beste commentaar is dat van Griffin (1965, ch. 5). Getransponeerd naar onze formalisering komt dat op het volgende neer. De wereld is het supremum van de feiten, het supremum van de elementaire feiten en complementen van niet-bestaande elementaire situaties. Wittgenstein wil niets anders zeggen dan dat met ieder (elementair) feit onlosmakelijk een "negatief feit" is verbonden, namelijk het complement van dat feit; zodra een

(elementaire) situatie een feit is, is zijn complement dat niet. Wittgenstein bedoelt met zijn verwarrende opmerkingen over de werkelijkheid als bestaan en niet-bestaan van elementaire situaties niet meer dan ons aan het laatste (dat ook al in 2.05 aan de orde werd gesteld) te herinneren.

In het voetspoor van Czermak (1979) kunnen we "die Wirklichkeit" wellicht definiëren als het geordende paar $\langle \{s \in SV: s \leq w_0\}, \{s \in SV: s \not\leq w_0\} \rangle$. Maar omdat er een 1-1 correspondentie bestaat tussen die wirkliche Welt en die Wirklichkeit (onder deze definitie), zullen we ons niet altijd even streng aan het onderscheid houden.

(Deze definitie sluit mooi aan bij 2.06.)

Conclusie. De overeenstemming met 2, 2.04, 2.06 en 2.063 is slechts matig; maar we zien evenmin als enige informele commentator kans om deze passages te begrijpen zoals zij er staan. De fout ligt hier bij de Tractatus zelf!

2.3. De onafhankelijkheid van de elementaire situaties.

2.061 Die Sachverhalte sind von einander unabhängig.

Commentaar. Onafhankelijkheid vatten we op als onafhankelijkheid in de zin van de Boole-algebra.

Status: per definitie juist: #9.

2.062 Aus dem Bestehen oder Nichtbestehen eines Sachverhaltes kann nicht auf das Bestehen oder Nichtbestehen eines anderen geschlossen werden.

Status: bewijsbaar. Stel $s \leq s'$: dan $s' \vee \neg s = 1$, hetgeen in strijd is met de onafhankelijkheid van s, s' .

4.27 Bezüglich des Bestehens und Nichtbestehens von n Sachverhalten gibt es

$$K_n = \sum_{v=0}^n \binom{n}{v} [= 2^n] \text{ Möglichkeiten.}$$

Es können alle Kombinationen der Sachverhalte bestehen, die andern nicht bestehen.

Status: juist. Omdat er aftelbaar oneindig veel Sachverhalte zijn, kunnen we generaliseren naar het oneindige geval; hierin ligt de grond besloten voor het feit dat er 2^{\aleph_0} mogelijke werelden zijn.

4.28 Diese Kombinationen entsprechen ebenso viele Möglichkeiten der Wahrheit - und Falschheit - von n Elementarsätzen.

Status: juist. Vergelijk 4.25.

Conclusie. Uitstekende overeenstemming. Zie ook § 2.7.

2.4. Beelden.

2.1 Wir machen uns Bilder der Tatsachen.

Transcriptie: geen. Psychologische uitdrukkingen met "wij" erin zijn niet systematisch geïntegreerd in de ontologie.

2.11 a) Das Bild stellt die Sachlage im logischen Raume, b) das Bestehen und Nichtbestehen von Sachverhalten dar.

a) Transcriptie: $s(b) \in S$. Per definitie juist (#7).
 b) Explicatie: $s(b)$ bepaalt een partitie van de verzameling Sachverhalte; voor iedere Sachverhalt geldt dat ze compatibel dan wel incompatibel is met de waarheid van b . (D.w.z.: $\underline{s}(b) \vee s \neq 1$ of $\underline{s}(b) \vee s = 1$, respectievelijk.)

2.12 Das Bild ist ein Modell der Wirklichkeit.

Vergelijk 2.201.

2.141 Das Bild ist eine Tatsache.

Zie hoofdstuk 3.

2.201 Das Bild bildet die Wirklichkeit ab, indem es eine Möglichkeit des Bestehens und Nichtbestehens von Sachverhalten darstellt.

Explicatie: vergelijk 2.11. Het beeld verdeelt de logische ruimte (en daarmee ook de verzameling Sachverhalte) in twee "regionen": in een verzameling compatibele en een verzameling incompatibele situaties. Op deze manier perkt het beeld de verzameling mogelijke locaties van de werkelijke wereld in; wil het beeld waar zijn, dan moet het in ieder geval zo zijn dat $w_o \vee \underline{s}(b) \neq 1$.

2.202 Das Bild stellt eine mögliche Sachlage im logischen Raume dar.

Transcriptie: $\underline{s}(b) \in S$. Juist (vgl. 2.11).

2.203 Das Bild enthält die Möglichkeit der Sachlage, die es darstellt.

Status: juist. Een "echt" beeld geeft een contingente Sachlage weer; anders is het per definitie een oneigenlijk beeld.

2.21 Das Bild stimmt mit der Wirklichkeit überein oder nicht; es ist richtig oder unrichtig, wahr oder falsch.

Status: juist.

2.22 Das Bild stellt dar, was es darstellt, unabhängig von seiner Wahr- oder Falschheit [...].

Status: juist. (Vgl. 4.061.)

2.221 Was das Bild darstellt, ist sein Sinn.

Status: juist.

2.222 In der Übereinstimmung oder Nichtübereinstimmung seines Sinnes mit der Wirklichkeit besteht seine Wahrheit oder Falschheit.

Status: juist.

2.223 Um zu erkennen, ob das Bild wahr oder falsch ist, müssen wir es mit der Wirklichkeit vergleichen.

Status: juist.

2.224 Aus dem Bild allein ist nicht zu erkennen, ob es wahr oder falsch ist.

Explicatie: = 2.223.

2.225 Ein a priori wahres Bild gibt es nicht.

Status: per definitie juist; een a priori waar beeld noemen we een "oneigenlijk beeld". Vergelijk 2.203, 4.461-4.4661, 5.142-3.

Conclusie. Er is weer een grote mate van overeenstemming. Wat we tot dusver van de afbeeldingstheorie hebben gezien, is echter nog niet bijzonder interessant; het interessante gedeelte komt pas in hoofdstuk 3.

2.5. Gedachten.

3 Das logische Bild der Tatsachen ist der Gedanke.

Wat de Tractatus ons meedeelt over Gedanken lijkt enerzijds bijzonder veel wat over Bilder in het algemeen wordt gezegd (vergelijk bijvoorbeeld 3.02 met 2.203; 3.04, 3.05 met 2.223 - 2.225), anderzijds bijzonder veel op wat over zinnen wordt gezegd (vgl. 3.01 met 4.26; in 4 luidt het trouwens: "Der Gedanke ist der sinnvolle Satz."). Omdat we hier te doen hebben met een speciaal soort beelden, achten we het niet nodig afzonderlijk aandacht te besteden aan Gedanken.

2.6. Zinnen.

3.14 Das Satzzeichen ist eine Tatsache.

Zie hoofdstuk 3 (vgl. 2.141).

3.4 Der Satz bestimmt einen Ort im logischen Raum.

Commentaar: sluit aan bij 2.201. De waarheid van een zin heeft consequenties voor de "plaats" waar de werkelijke wereld zich bevindt in de logische ruimte. De zin perkt de "speelruimte" (4.463, 5.5262) voor de wereld in.

3.42 Obwohl der Satz nur einen Ort des logischen Raumes bestimmen darf, so muß doch durch ihn schon der ganze logische Raum gegeben sein. (Sonst würden durch die Verneinung, die logische Summe, das logische Produkt, etc. immer neue Elemente - in Koordination - eingeführt.) (Das logische Gerüst um das Bild herum bestimmt den logischen Raum. Der Satz durchgreift den ganzen logischen Raum.)

Explicatie: poëtische beschrijving van het feit dat de gehele logische ruimte S door de subalgebra van Sinne (ja, zelfs door de subalgebra van Sinne van elementaire zinnen - d.i., Sachverhalte) wordt gegenereerd.
Status: bewijsbaar.

4.001 Die Gesamtheit der Sätze ist die Sprache.

Status: volstrekt onjuist. Dit is een voorbeeld van datgene waarop we al eerder doelden, namelijk dat "Gesamtheit" niet altijd als "supremum" gelezen kan worden, maar soms kennelijk moet worden gelezen als "verzameling". Het is hier wellicht de juiste plaats een overzicht te geven van welke lezing waar toepasselijk is.

Passages over situaties: 1.1, 1.12, 2.04, 2.05. Hier is "Gesamtheit" steeds "supremum".

Passages over gedachten en zinnen: 3.01, 4.001, 4.11, 4.11, 4.52, 5.5262, 5.5561. Hier is "Gesamtheit" steeds "verzameling".

"Gesamt" treedt op in 2.063, 4.11 en 4.12. In het eerste en laatste geval in de zin van de Boole-algebra, in het tweede in de verzamelingstheoretische betekenis.

4.01a Der Satz ist ein Bild der Wirklichkeit.

Explicatie: zoals 2.12, 2.201.

4.01b Der Satz ist ein Modell der Wirklichkeit. [...]

Explicatie: zoals 2.12.

4.022a Der Satz zeigt seinen Sinn.

Status. Is er een zin waarin een volzin in onze reconstructie zijn Sinn "zeigt"? Ja, dit is in zoverre het geval, dat het verband tussen de taal en het universum van de Sachlagen niet

in de taal L kan worden beschreven (een uitdrukking zoals "de Sinn van "p" is ..." heeft immers geen pendant in L), maar in de metataal, de taal waarin wij over de betrekkingen tussen de taal L en het universum S spreken (en die overeenkomt met de "laddertaal" van de Tractatus). *)

4.022b Der Satz zeigt, wie es sich verhält, wenn er wahr ist. Und er sagt, daß es sich so verhält.

Dit brengt ons tot de definitie: p sagt, daß s der Fall ist =_{df} $\underline{s}(p) = s$.

4.023a,b Die Wirklichkeit muß durch den Satz auf ja oder nein fixiert sein. Dazu muß sie durch ihn vollständig beschrieben werden.

Explicatie: we zoeken de betekenis van deze stelling in dezelfde richting als 2.201 en 3.4. Met iedere zin correspondeert een bepaalde "werkelijkheid", dat wil zeggen, een partitie van de logische ruimte in twee deelverzamelingen (de verzameling van compatibele en die van de incompatibele situaties). (Vergelijk de definitie van "werkelijkheid" in het commentaar bij 2.063.) Of anders geformuleerd: de zin deelt de logische ruimte in twee regionen in; ze geeft nu van de gehele wereld aan of zij (in haar totaliteit) in de ene of in de andere regio zit.

4.023c Der Satz ist die Beschreibung eines Sachverhaltes.

Emendatie: Wittgenstein is hier zeer slordig. Sätze beschrijven in het algemeen Sachlagen (3.144, 4.021, 4.03, 4.031, 4.032, 4.04, 4.466, 5.156, 5.525), Elementarsätze beschrijven Sachverhalte (4.21, 4.25, 4.3, Notebooks p. 130 (3)).

Status van 4.023c: onjuist; na emendatie: juist.

*) Zie over het begrip "laddertaal" (de semantische metataal die Wittgenstein in de Tractatus gebruikt): Bernstein 1961, Neshor 1978.

4.05 Die Wirklichkeit wird mit dem Satz verglichen.

Explicatie: analoog aan 2.223.

4.06 Nur dadurch kann der Satz wahr oder falsch sein, indem er ein Bild der Wirklichkeit ist.

Explicatie: analoog aan 2.224.

4.061 [...], daß der Satz einen von den Tatsachen unabhängigen Sinn hat, [...].

Explicatie: analoog aan 2.22.

4.0621c Die Sätze "p" und "-p" haben entgegengesetzten Sinn, aber es entspricht ihnen eine und dieselbe Wirklichkeit.

Status: Eerste gedeelte: juist. $\underline{s}(-p) = \neg \underline{s}(p)$. Tweede gedeelte: p en -p bepalen dezelfde partitie van de logische ruimte in compatibele en incompatibele situaties, behalve dat wat compatibel is met de één incompatibel is met de ander, en vice versa. (Ze trekken echter dezelfde "scheidslijn" in S.) Vgl. 4.023a,b.

4.1 Der Satz stellt das Bestehen und Nichtbestehen der Sachverhalte dar.

Zie 2.11, 4.01a.

4.2 Der Sinn des Satzes ist seine Übereinstimmung, und Nichtübereinstimmung mit den Möglichkeiten des Bestehens und Nichtbestehens der Sachverhalte.

Vgl. 2.11, 2.201, 2.222.

5.2341 Der Sinn einer Wahrheitsfunktion von p ist eine Funktion des Sinnes von p. Verneinung, logische Addition, logische Multiplikation, etc., etc. sind Operationen. (Die Verneinung verkehrt den Sinn des Satzes.)

Status: per definitie juist. Deze passage geeft ons de rechtvaardiging voor de eis dat $\underline{s}(-p) = \neg \underline{s}(p)$ en $\underline{s}(p \& q) = \underline{s}(p) \vee \underline{s}(q)$; het is de enige passage die iets duidelijk zegt over de Sinn van een conjunctie (op dit punt bevat de Tractatus zeker een lacune; we zouden graag meer over Sinne hebben willen weten).

Conclusie. Op het punt van "Sätze" vertoont onze reconstructie een even goede overeenstemming met de Tractatus als op het punt van "Bilder". In hoofdstuk 3 besteden we nog meer aandacht aan zinnen, in het bijzonder aan elementaire zinnen.

2.7. Elementaire zinnen. (vergelijk § 2.3).

4.21 Der einfachste Satz, der Elementarsatz, behauptet das Bestehen eines Sachverhaltes.

Transcriptie: $\models p_i / w_o / =$ er is een $s \in SV$ z.d.d. $s \leq w_o$.
 Status: bewijsbaar. (Beschouw als de Sachverhalt in kwestie: $s(p_i)$.) Vgl. 4.25.

4.211 Ein Zeichen des Elementarsatzes ist es, daß kein Elementarsatz mit ihm in Widerspruch stehen kann.

Status: dit principe is bewijsbaar. Stel $\underline{s}(p_i) = \neg \underline{s}(p_j)$.
 Dan $\underline{s}(p_i) \vee \underline{s}(p_j) = 1$, hetgeen strijdig is met de onafhankelijkheid van Sachverhalte.

Merk echter op: het is in strijd met de onafhankelijkheid om aan te nemen dat voor alle $s \in S$, $\underline{s}(p_i) \leq s \Leftrightarrow \neg \underline{s}(p_j) \leq s$, waar $i \neq j$; maar het is daarmee niet in strijd om aan te nemen dat er een $s \in S$ is z.d.d. $\underline{s}(p_i) \leq s$ en $\neg \underline{s}(p_j) \leq s$.
 Zie ook 2.062, 5.134, 6.3751.

4.25 Ist der Elementarsatz wahr, so besteht der Sachverhalt; ist der Elementarsatz falsch, so besteht der Sachverhalt nicht.

Explicatie: lees "de corresponderende Sachverhalt" (dat is: de Sachverhalt die de Sinn van de Elementarsatz vormt).

Transcriptie: $\models p_i / s / \Rightarrow \underline{s}(p_i) \leq s$. Status: per definitie juist. Vgl. 4.21.

4.26 Die Angabe aller wahren Elementarsätze beschreibt die Welt vollständig. Die Welt ist vollständig beschrieben durch die Angabe aller Elementarsätze plus der Angabe, welche von ihnen wahr und welche falsch sind.

Status: bewijsbaar. Het aangeven van welke elementaire zinnen waar en welke onwaar zijn, is het aangeven van welke elementaire situaties bestaan en welke niet bestaan; en het laatste geeft een unieke bepaling van de actuele wereld. (Vgl. 2.04, 2.06.)

4.3 Die Wahrheitsmöglichkeiten der Elementarsätze bedeuten die Möglichkeiten des Bestehens und Nichtbestehens der Sachverhalte.

Status: juist. Vgl. 4.25.

4.51 Angenommen, mir wären alle Elementarsätze gegeben: Dann läßt sich einfach fragen: welche Sätze kann ich aus ihnen bilden. Und das sind alle Sätze und so sind sie begrenzt.

Explicatie: poëtische beschrijving van het feit dat alle volzinnen van L met behulp van - en & uit de elementaire zinnen zijn opgebouwd.

Status: juist. Zie voor een analoge poëtische beschrijving 3.42.

5.134 Aus einem Elementarsatz läßt sich kein anderer folgern.

Explicatie: Aus einem Elementarsatz läßt sich, a priori, kein anderer Elementarsatz folgern.

Status: juist. Stel $\models p_i/s/ \Rightarrow \models p_j/s/$ voor alle s , of equivalent, $\underline{s}(p_i) \geq \underline{s}(p_j)$. Dan $\underline{s}(p_i) \vee \neg \underline{s}(p_j) = 1$, hetgeen in strijd is met de onafhankelijkheid van de Sachverhalte. $\exists s \models p_i \rightarrow p_j/s/$ is echter beslist niet in strijd met deze onafhankelijkheid! [Bewijstheoretische interpretatie: $\not\models p_i \rightarrow p_j$. Eveneens juist.] Zie ook 2.062, 4.211, 4.27.

5.152a,b Sätze, welche keine Wahrheitsargumente mit einander gemein haben, nennen wir von einander unabhängig. Zwei Elementarsätze geben einander die Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{2}$.

Commentaar: dit is een definitie van "Onafhankelijkheid" voor Sätze. Twee zinnen zijn onafhankelijk d.e.s.d.a. de situaties die door de zinnen worden weergegeven onafhankelijk zijn. Omdat de Sinne van Elementarsätze (d.i., Sachverhalte) onafhankelijk zijn, zijn Elementarsätze volgens deze definitie onafhankelijk.

6.3751c Es ist klar, daß das logische Produkt zweier Elementarsätze weder eine Tautologie noch eine Kontradiktion sein kann. [...]

Status: bewijsbaar.

Conclusie. Uitstekende overeenstemming, ondanks het feit dat onze behandeling van de onafhankelijkheid van elementaire situaties aanzienlijk simpeler is dan die van Suszko (1968).

2.8. Diversen.

4.31 - 5.54. Deze passages bevatten voor het grootste deel uiteenzettingen van algemeen bekende feiten met betrekking tot de klassieke propositiecalculus (waarheidsfunctionaliteit, extensionaliteit, en dergelijke). Het heeft geen zin deze passages hier in extenso te bespreken; uiteraard is onze reconstructie adequaat ten opzichte van dit gedeelte van de Tractatus. Af en toe treden er echter nog saillante passages op; deze zullen we er hieronder uitlichten.

4.461c Tautologie und Kontradiktion sind sinnlos.

Suggereert definitie: p is sinnlos d.e.s.d.a. $\underline{s}(p) = 0$ of $\underline{s}(p) = 1$.

4.462a Tautologie und Kontradiktion sind nicht Bilder der Wirklichkeit.

Status: in zoverre juist, dat wij hen "oneigenlijke zinnen" en "oneigenlijke beelden" hebben genoemd.

4.463 Die Wahrheitsbedingungen bestimmen den Spielraum, der den Tatsachen durch den Satz gelassen wird. [...] Die Tautologie läßt der Wirklichkeit den ganzen - unendlichen - logischen Raum; die Kontradiktion erfüllt den ganzen logischen Raum und läßt der Wirklichkeit keinen Punkt. Keine von beiden kann daher die Wirklichkeit irgendwie bestimmen.

Explicatie: dit wordt verklaard door 3.4a. De tautologie levert de informatie op dat $w_0 \geq 0$; maar dit geldt voor iedere w . De contradictie is onwaar, d.w.z. $w_0 \neq 1$; maar ook dat geldt voor iedere w (W is immers de verzameling duale atomen van S).

Status: juist.

5.122 Folgt p aus q, so ist der Sinn von 'p' im Sinne von 'q' enthalten.

Status: juist. $\models p \supset q \Rightarrow \underline{s}(p) \leq \underline{s}(q)$ in alle modellen.
(Denk aan de definitie van s enthält s' in § 1.2.)

5.135 Auf keine Weise kann aus dem Bestehen irgendeiner Sachlage auf das Bestehen einer, von ihr gänzlich verschiedenen Sachlage geschlossen werden.

Commentaar: Stel dat we onder "gänzlich verschieden" verstaan: de ene Sachlage is uit totaal andere Sachverhalte opgebouwd dan de andere Sachlage. Dan hebben we hier een anticipatie van de recente notie van "tautological entailment". Het is namelijk zo, dat wil de ene uitdrukking de andere tautologisch kunnen behelzen, zij minstens één variabele gemeen moeten hebben. Zie Van Fraassen (1969). We ontkennen niet dat deze interpretatie vergezocht is.

Conclusie. Wat de Sachlagen-ontologie en -semantiek betreft, levert het resterende deel van de Tractatus weinig nieuwe gezichtspunten op.

2.9. Eindconclusie.

We hebben op één plaats echte moeilijkheden ontmoet: dit was in § 2.2, waar het "bestaan" en het "niet-bestaan" van Sachverhalte en het begrip "werkelijkheid" ter sprake kwamen. (De aansluiting tussen onze reconstructie en de plaatsen in de Tractatus waar het begrip "werkelijkheid" wordt gebruikt verloopt trouwens toch niet altijd even soepel.) Hier schiet onze reconstructie tekort. Maar hierbij moeten wel direct twee kanttekeningen gemaakt worden. (a) In de eerste plaats begrijpen we de betreffende passages niet goed. We kunnen dus niet formaliseren. (b) In de tweede plaats begrijpt niemand deze passages.

Dat onze reconstructie er geen weg mee weet doet haar dus niet ongunstig afsteken bij wat er verder op de markt is. Misschien zijn het gewoonweg ongelukkige passages.

(Eén suggestie om het verschil in nuance tussen "wereld" en "werkelijkheid" te verklaren – een idee dat we vaak hebben voelen opkomen, maar niet in de tekst hebben opgenomen – is de volgende. Wittgenstein bedoelt met "de wereld" zoiets als het Engelse "any world": iedere wereld; de werkelijke wereld, welke dat ook moge zijn; die Welt, ungeachtet wie sie ist. De werkelijkheid is dan de actuele, écht werkelijke wereld, "die Welt wie sie ist". Deze suggestie maakt sommige passages iets informatiever; ze werpt echter geen licht op § 2.2.)

Afgezien van § 2.2, menen we echter te mogen stellen dat er een goede overeenstemming tussen onze reconstructie en de Tractatus bestaat. Dat wil niet zeggen, dat ieder detail van onze reconstructie in de Tractatus is terug te vinden. Soms is er bijvoorbeeld duidelijk sprake van onderdeterminatie van de zijde van de Tractatus, zoals op het punt van de Sinn van niet-elementaire zinnen. Iedere commentator die hierover iets ondubbelzinnigs wil zeggen, zal zijn fantasie moeten gebruiken, en maar moeten hopen dat wat hij zegt enigszins in de lijn ligt van wat Wittgenstein voor ogen stond. Wanneer hij zulks echter doet, zal dat toch enig licht werpen op de Tractatus. Het geven van zulke suggesties stelt ons in staat beter te beoordelen wat voor soort werk de Tractatus is, wat de onderneming is die zijn auteur erin trachtte uit te voeren; door een formeel systeem te geven dat, in tegenstelling tot de Tractatus zelf, wèl af is, zien we duidelijker wat er nog ontbreekt in het werk en krijgen we een duidelijker beeld van zowel zijn tekortkomingen als van zijn verdiensten. We zullen niet beweren dat ons systeem precies het systeem is dat Wittgenstein voor ogen stond; zoals we al in ons voorwoord zeiden, kan men zijn suggesties wellicht op meerdere, onderling gelijkelijk adequate, wijzen uitwerken. Maar we beweren wel, dat ons systeem nergens (m.u.v. § 2.2) in flagrante strijd is met de Tractatus (in tegenstelling

tot bijvoorbeeld Carnaps "state-descriptions") - en dat lijkt ons al een hele verdienste.

De enige reconstructie die een even grote mate van overeenstemming met de Tractatus paart aan een even grote precisie als die van ons systeem, is die van Suszko (vage parafrases zoals die van Stenius, Black en Griffin zijn hier natuurlijk hors concours); maar zoals we al eerder opmerkten, is onze reconstructie eleganter. Daarom zullen we er in het onderstaande aan vasthouden en er in het volgende hoofdstuk gebruik van maken als bouwsteen bij het construeren van een geïntegreerde Gegenstände-plus-Sachlagen-ontologie en -semantiek.

Soames

$$N(p_1, \dots, p_n) = \sim (p_1 \vee \dots \vee p_n)$$

$$N(x[p]) = \sim \exists x p$$

$$\exists x p = N(N(x[p]))$$

$$(x)p = N(x[N(p)])$$

$$p_1 \vee p_2 = N(N(p_1, p_2))$$

$$p_1 \& p_2 = N(N(p_1), N(p_2))$$

$$M S =_{df} N \{ N p : p \in S \}$$

$$(x)p =_{df} N(x(N(p))) =$$

$$M \{ p \wedge x : n \in N \} = N \{ N p \wedge x : n \in N \}$$

$$\sigma(NS) = \bigcap_{p \in S} \sigma(p)$$

$$\sigma(Nxp) = \bigcap_{n \in N} \sigma(p/x)$$

p/x is p_1
 met alle x of
 2 vgl. bij n.

3. GEGENSTÄNDE-PLUS-SACHLAGEN-ONTOLOGIE EN -SEMANTIEK.

3.1. Het model.

Een geïntegreerd Gegenstände-plus-Sachlagen-model is een duodecupel

$$(G, SV, \underline{S}, E, EB, B, N, EL, L, w_0, d, \underline{s}),$$

overbodig
heel

dat aan de volgende eisen voldoet.

- #1. G is een aftelbaar oneindige verzameling.
- #2. Laat G* de kleinste verzameling zijn zodanig dat $x, y \in G \Rightarrow xy \in G^*$; $x \in G, s \in G^* \Rightarrow xs, sx \in G^*$; $s, s' \in G^* \Rightarrow ss' \in G^*$. Dan is SV een ~~echt~~ aftelbaar oneindige deelverzameling van G*.
- #3. Voor alle $x \in G$ is er tenminste één $s \in SV$ z.d.d. $s = x_1 x_2 \dots x_n$ en $x = x_i$ voor een $i, 1 \leq i \leq n$.
- #4. $\underline{S} = (S, V, \wedge, -, 1, 0)$ is een ~~complete~~ atomaire σ -~~Boole~~-algebra.
- #5. $SV \subseteq S$.
- #6. Als w en w' duale atomen zijn van \underline{S} en $w \neq w'$, dan is er tenminste één $s \in SV$ z.d.d. $s \leq w$ en $s \not\leq w'$.
- #7. Zij $SV = \{s_n : n \in \mathbb{N}\}$. Voor iedere functie $f: \mathbb{N} \rightarrow \{-1, +1\}$ geldt dat $\bigvee (f(n) \cdot s_n : n \in \mathbb{N}) \neq 1$.
- #8. E is een ~~niet-lege~~ *oneindige* aftelbare verzameling.
- #9. Laat E* de kleinste verzameling zijn zodanig dat $e, e' \in E \Rightarrow ee' \in E^*$; $e \in E, b \in E^* \Rightarrow eb, be \in E^*$; $b, b' \in E^* \Rightarrow bb' \in E^*$. Dan is $EB = \{b \in E^* : b = e_1 e_2 \dots e_n \text{ voor een } n \in \mathbb{N} \text{ en } d(e_1) d(e_2) \dots d(e_n) \in SV\}$. $EB \neq \emptyset$.
- #10. $EB \subseteq B \subseteq S$.
- #11. N is een ~~niet-lege~~ *aftelbaar oneindige* deelverzameling van E.
- #12. $EL = \{e_1 e_2 \dots e_n \in EB : e_i \in N \text{ voor alle } i, 1 \leq i \leq n\}$.

#13. L is de kleinste verzameling zodanig dat $EL \subseteq L$ en $p, q \in L \Rightarrow \neg p, p \& q \in L$. $(x)p \in L$

#14. $L \subseteq B$.

#15. w_0 is een duaal atoom van \underline{S} .

#16. d is een functie met als domein E en als bereik G.

#17. $d \uparrow N$ is een bijectie.

#18. \underline{s} is een functie met als domein B en als bereik S.

#19. Als $b \in EB$ en $b = e_1 e_2 \dots e_n$, dan is $\underline{s}(b) \in SV \Rightarrow b \in EB$
 $\underline{s}(b) = d(e_1) d(e_2) \dots d(e_n)$.

#20. Voor $p, q \in L$: $\underline{s}(\neg p) = \neg \underline{s}(p)$, $\underline{s}(p \& q) = \underline{s}(p) \vee \underline{s}(q)$.
 $\underline{s}((x)p) = \bigvee_{n \in \mathbb{N}} \underline{s}(p^n/x)$

Notationele conventies:

Variabelen voor elementen van G: g, g', g_1, g_1', \dots
..... S: s, s', s_1, s_2, \dots
..... E: e, e', e_1, e_2, \dots
..... B: b, b', b_1, b_2, \dots
..... N: n, n', n_1, n_2, \dots
..... L: p, q . *variabelen: x, x', x_1, \dots*
Variabelen voor duale atomen van \underline{S} : w, w' .

3.2. Informeel interpretatie en motivatie.

Ad #1. G is de verzameling Gegenstände (objecten), dat is: de Substanz der Welt (2.021 e.v.). De substantie van de wereld is onveranderlijk; alle mogelijke werelden hebben dezelfde substantie (2.022, 2.023, 2.024). We behoeven dus geen functie te introduceren die iedere mogelijke wereld een deelverzameling van G toekent.

Dat $G \neq \emptyset$ volgt uit 2.0211 e.v., 2.026, 4.2211, etc. Over het precieze aantal elementen van G laat Wittgenstein zich niet uit. Er moeten in ieder geval oneindig veel

hee!

4.463.

objecten zijn. Want als het aantal objecten eindig is, is het aantal eindige concatenaties van objecten eindig; maar dan is het aantal elementaire situaties eindig, en het totale aantal situaties dus ook (doordat de Boole-algebra van situaties wordt gegenereerd door de verzameling elementaire situaties). Het laatste is in tegenspraak met $L \subseteq S$, want door #13 is het aantal zinnen in ieder geval afteelbaar oneindig.

Dat G afteelbaar oneindig is nemen we aan omdat we de cardinaliteit van G niet onbepaald willen laten. Het grootste cardinaalgetal waarvan Wittgenstein spreekt in verband met G is \aleph_0 (Notebooks, p. 127, TLP 4.1272), dus onze G lijkt "groot genoeg".

Ad #2. Deze clause legt de eis vast dat iedere Sachverhalt een eindige concatenatie van Gegenstände is. Dat een Sachverhalt een concatenatie van Gegenstände is, volgt uit 2.01 en 2.03:

(2.01) Der Sachverhalt ist eine Verbindung von Gegenständen (Sachen, Dingen).

(2.03) Im Sachverhalt hängen die Gegenstände ineinander, wie die Glieder einer Kette.

Dat een Sachverhalt een eindige concatenatie van objecten is, sluit aan bij Notebooks, p. 50(4):

Der unendlich komplexe Sachverhalt [scheint] ein Unding zu sein!

(Weliswaar worden in TLP 4.2211 oneindig complexe elementaire situaties niet a priori uitgesloten.)

SV is een echte deelverzameling van G^* omdat niet iedere willekeurige rij objecten een elementaire situatie vormt. Als x_1 een eigenschap is (bedenk dat we een "realistische" interpretatie van de Tractatus aanhangen, zoals al in de inleiding gezegd; zie Allaire 1963, Stenius 1964, e.a.) en x_2 een individueel object ("particulare") is, zouden we ons bijvoorbeeld kunnen voorstellen dat $x_1 x_2$ wèl, maar $x_2 x_1 x_1 x_1$ geen ("welgevormde") elementaire situatie is.

Als x_1 een $(n-1)$ -plaatsige relatie is, kunnen we x_1, x_2, \dots, x_n beschouwen als "de x_1 -configuratie van x_2, \dots, x_n , in deze volgorde" (vgl. Suszko 1968: 22), als "de situatie dat x_2, \dots, x_n , in deze volgorde, in relatie x_1 tot elkaar staan", of als "de situatie dat x_2, \dots, x_n , in deze volgorde, x_1 exemplificeren".

Dat $SV \neq \emptyset$ volgt uit #3; waarom SV (aftelbaar) oneindig is, hebben we hierboven al gezegd (ad #1).

Ad #3. Deze conditie wordt gemotiveerd door 2.011:

Es ist dem Ding wesentlich, der Bestandteil eines Sachverhaltes sein zu können.

("x ist Bestandteil von s" betekent natuurlijk:

$s = x_1, x_2, \dots, x_n$ en $x = x_i$ voor één of andere i , $1 \leq i \leq n$.)

Ad #4, #5, #6, #7: overgenomen uit het Sachlagen-model. #6 en #7 zijn nu geformuleerd in termen van Sachverhalte.

Ad #8. E is de verzameling "elementen van beelden" (2.13 e.v.). $E \neq \emptyset$ omdat $L \neq \emptyset$. We nemen aan dat E aftelbaar is om L aftelbaar te maken. (Dit is niet strikt noodzakelijk, maar de cardinaliteit van EB, B en L mag in ieder geval niet groter zijn dan die van S, in verband met #10 en #14.)

Ad #9. EB is de verzameling "elementaire beelden". De term "Elementarbilder" komt bij Wittgenstein niet voor. Wanneer hij het over "beelden" heeft, lijkt hij dikwijls elementaire beelden in onze zin te bedoelen.

Dat een elementair beeld een eindige concatenatie van beeldelementen is, wordt niet ondubbelzinnig in de Tractatus gezegd. We beschouwen de structuur van een el. beeld eenvoudigweg als analoog aan de structuren van elementaire situaties (zie ad #2) en elementaire zinnen (zie ad #12).

$EB \neq \emptyset$: zie TLP 2.1. $EB \neq E^*$: gemotiveerd door eenzelfde soort overwegingen als hierboven ad #2. Voorbeeld: als e_1 een naam van een eigenschap (1-plaatsig predicaat) is en e_2 een naam van een individueel object, is $e_1 e_2$ wel, maar $e_2 e_1 e_1 e_1$ geen welgevormd elementair beeld.

Ad #10. B is de verzameling "beelden". Dat $EB \subseteq B$ spreekt vanzelf. Dat $B \subseteq S$ vraagt enige nadere uitleg.

De motivatie voor de laatste eis wordt ons gegeven door 2.141: "Das Bild ist eine Tatsache". In 3.14b wordt dit nog eens herhaald voor een speciaal soort beelden, Satzzeichen: "Das Satzzeichen ist eine Tatsache".

Op het eerste gezicht zou men zeggen dat Wittgenstein hier onnauwkeurig is. Want in welke zin is een beeld een Tatsache? Dat wordt toegelicht in 2.14: "Das Bild besteht darin, daß sich seine Elemente in bestimmter Art und Weise zu einander verhalten". Zo ook 3.14a: "Das Satzzeichen besteht darin, daß sich seine Elemente, die Wörter, in ihm auf bestimmte Art und Weise zueinander verhalten". Beelden en feiten stemmen in dit opzicht overeen, dat beide configuraties van constituenten zijn. Maar – zo zou men willen zeggen – in dit opzicht mogen zij weliswaar overeenstemmen, dat mag ons toch niet blind maken voor een fundamenteel verschil tussen hen. Laten we onze bespreking beperken tot elementaire beelden en elementaire feiten. Beide zijn configuraties van elementen. Maar in het eerste geval zijn de constituenten beeldelementen (in het geval van zinnen: woorden), terwijl het in het tweede geval Gegenstände zijn. En een beeldelement (of woord) is natuurlijk geen Gegenstand! Hier ligt een belangrijk verschil tussen beelden en feiten. Zouden we niet van twee verschillende soorten feiten moeten spreken: enerzijds feiten als configuraties van beeldelementen, anderzijds feiten als configuraties van Gegenstände? En is een feit in de eerste zin van het woord wel een feit in de tweede zin van het woord?

Het lijkt ons mogelijk de laatste vraag bevestigend te beantwoorden, en daarmee Wittgensteins opvatting van een beeld als feit te redden. Onze oplossing is de volgende. We ontkennen niet dat een configuratie van beeldelementen een ander soort configuratie is dan een configuratie van Gegenstände. Maar niets sluit uit dat een configuratie van de eerste soort tegelijkertijd ook een configuratie van de tweede soort is; en hierin

is de gehele oplossing van onze moeilijkheden gelegen.

Beschouw bijvoorbeeld een elementaire zin p. Deze zin is een configuratie van beeldelementen (in dit geval: namen; zie ad #12), zeg $a_1 a_2 \dots a_n$. Maar tegelijkertijd is een dergelijke elementaire zin een feit: namelijk het feit dat inktvlekken zus-en-zo op een papier gerangschikt zijn of geluidsgolven zich in zus-of-zo'n patroon door de atmosfeer voortplanten of tafels en stoelen zus-en-zo opgesteld zijn of Het laatste feit is een feit zoals alle andere feiten: een element van de logische ruimte, via de operaties v , \wedge en $-$ opgebouwd uit elementaire situaties, en een deel van w_0 . In ons geval zou het bijvoorbeeld zo kunnen zijn dat $a_1 a_2 \dots a_n = s_1 \wedge s_2 \wedge \dots \wedge s_m$, waar iedere s_i , $1 \leq i \leq m$, een Sachverhalt is. Het is onmogelijk om op voorhand precies vast te leggen met welke feiten beelden corresponderen; zo kunnen we in ons voorbeeld s_1, s_2, \dots, s_m niet precies specificeren. Er is hier geen sprake van enigerlei "(meta)logische equivalentie". Maar dat verbiedt ons niet te stellen dat er in ieder afzonderlijk geval zo'n correspondentie bestaat (ook al kunnen we niet zeggen welke).

Op één punt zijn we iets minder restrictief dan Wittgenstein: hij eist dat ieder beeld een situatie is die deel uitmaakt van w_0 ; wij zullen slechts eisen dat ieder beeld een situatie is. We zien niet goed in waarom ieder beeld deel moet uitmaken van w_0 ; een beeld kan toch net zo goed eens niet bestaan? Men zou hiertegen kunnen inbrengen dat het vreemd is om te zeggen dat $\vdash b/w_0$ indien $b \notin w_0$. Dit moge juist zijn; maar dan kunnen we eenvoudigweg stellen dat $\underline{s}(b) \leq s \Rightarrow b \leq s$. Dit zouden we kunnen doen, maar we doen het niet; voor het vervolg maakt het in deze alinea aan de orde gestelde allemaal niet veel uit.

Nog één laatste opmerking over beelden. #13 maakt duidelijk hoe niet-elementaire zinnen uit elementaire zinnen zijn opgebouwd. Hoe zijn niet-elementaire beelden uit elementaire beelden opgebouwd? Hierover

laat Wittgenstein ons in het duister. Misschien heeft hij niet aan andere niet-elementaire beelden gedacht dan niet-elementaire zinnen; dan zou het beter zijn om te eisen dat $B = EBUL$. Zoals uit onze latere analyse van 5.542 zal blijken, zou dit echter tot absurditeit leiden in het geval van mentale beelden; dan zouden we óf niet kunnen geloven dat p of q, óf, als we dit geloven, een zin uit L als mentaal beeld hebben. Daarom zullen we het bestaan van niet-elementaire beelden die geen niet-elementaire zinnen zijn toelaten. Een goede oplossing zou zijn twee operaties, analoog aan negatie en conjunctie, op beelden in te voeren, en te eisen dat B de kleinste verzameling is z.d.d. $EB \subseteq B$ en $b, b' \in B \Rightarrow \neg b, b \cdot b' \in B$. Aan #20 moeten we dan toevoegen dat $\underline{s}(\neg b) = \neg \underline{s}(b)$ en $\underline{s}(b \cdot b') = \underline{s}(b) \vee \underline{s}(b')$. Ziehier weer een duidelijk voorbeeld van een lacune in de Tractatus.

Ad #11. N is de verzameling Namen van de taal L.

Ad #12. EL is de verzameling Elementarsätze.

Motivatie: 4.22.

Der Elementarsatz besteht aus Namen. Er ist ein Zusammenhang, eine Verkettung, von Namen.

Ad #13. L is de taal.

Ad #14. Motivatie: 4.01, 4.011, 4.012, 4.021, 4.032, 4.06, 4.463, 5.156, etc.

Ad #15. Overgenomen uit Sachlagen-model.

Ad #16. d is de functie die aan ieder beeldelement het object toewijst dat door het beeldelement wordt bedeutet (3.203). Als $x = d(e)$ zeggen we ook wel dat e steht für x (4.0311), dat e x vertritt (2.13, 3.22, 3.221, 4.0312); x is de aan e entsprechende (2.13) of zugeordnete (2.1514, 5.526) Gegenstand.

Merk op dat d géén functie is van de Sachlage s die we onder beschouwing hebben; d is een constante functie. Wittgensteins Namen zijn "rigide designatoren". (Op het laatste wordt dieper ingegaan in Riška 1979.)

Sodmes 1983

Corchianiella 84

Ad #17. " $d|N$ is een injectie" wil zeggen: voor $e, e' \in N$: $e = e' \Leftrightarrow d(e) = d(e')$. Motivatie: 5.53.

Gleichheit des Gegenstandes drücke ich durch Gleichheit des Zeichens aus, und nicht mit Hilfe eines Gleichheitszeichens. Verschiedenheit der Gegenstände durch Verschiedenheit der Zeichen.

Ad #18. $s(b)$ is de Sinn van b . Overgenomen uit Sachlagen-model. We hebben de Sinn-functie nodig omdat de Sinn van niet-elementaire beelden geen functie is van de Sinn van elementaire beelden. (De Sinn van de laatste soort beelden is definieerbaar middels d : zie hieronder, #19. Vergelijk ook hierboven ad #10; als we de daar gegeven suggesties overnemen kunnen we de Sinn-functie elimineren.)

Ad #19. Samenvatting van de afbeeldingstheorie voor elementaire situaties. Vergelijk met name 4.0311:

Ein Name steht für ein Ding, ein anderer für ein anderes Ding und untereinander sind sie verbunden, so stellt das Ganze – wie ein lebendes Bild – den Sachverhalt vor.

Ad #20. Overgenomen uit Sachlagen-model. Zie met name 5.2341.

3.3. Logische vorm.

Het is aardig om te zien in hoeverre we de verscheidene soorten Formen die in de Tractatus ter sprake komen kunnen reconstrueren. We willen op het onderstaande niet een al te grote nadruk leggen; onze definities zijn een verbetering van die van Mundersbach (1978) en Czermak (1979) en sluiten aan bij de informele explicatie van Griffin (1964, ch. 8).

- Form des Gegenstandes. Als $x \in G$, dan is de Vorm van x :

$$\{ \langle i, s \rangle \in N \times SV : s = x_1 \dots x_n \text{ en } x = x_i \text{ (waar } 1 \leq i \leq n) \}.$$

Deze definitie is analoog aan die van Mundersbach. Consequentie van de definitie, tezamen met #3:

$\text{Form}(x) \neq \emptyset$. Dit is Mundersbachs axioma 5.

Czermaks benadering is een andere. Hij begint met de verzameling "interne eigenschappen" van x .

De verzameling interne eigenschappen van de Gegenstände is een verzameling $\{ G_i : i \in I \}$

z.d.d. $\bigcup_{i \in I} G_i = G$. De verzameling interne eigenschappen van een Gegenstand x is: $IE(x) =$

$$\{ G_i : x \in G_i \text{ en } i \in I \}.$$
 De Vorm van x is dan $\bigcap IE(x)$.

De benadering van Mundersbach en de onze lijken ons beter in verband met 2.0141.

- Form des Bildelements. Als $e \in E$, dan is de Vorm van e :

$$\{ \langle i, b \rangle \in N \times EB : b = e_1 \dots e_n \text{ en } e = e_i \text{ (waar } 1 \leq i \leq n) \}.$$

- Form des Sachverhaltes (= Form des Sinnes van elementair beeld). Als $s \in SV$ en $s = x_1 \dots x_n$, dan is de Vorm van s : $\{ \langle i, \text{Form}(x_i) \rangle : 1 \leq i \leq n \}$.

Deze definitie is analoog aan Czermaks definitie van de Struktur van s . Bij Mundersbach blijft de vorm (structuur) van Sachverhalte ongedefinieerd.

- Form der Abbildung (= logische Form). Als $b \in EB$ en

$$b = e_1 \dots e_n, \text{ dan is de } \text{Form der Abbildung} \text{ van } b : \{ \langle i, \text{Form}(e_i) \rangle : 1 \leq i \leq n \}.$$

- Form der Darstellung (= abbildende Beziehung, bezeichnende Beziehung, darstellende Beziehung, Bezeichnungsweise, Darstellungsweise, Form des Zusammenhangs). Als $b \in EB$, $s \in SV$ en $s = s(b)$, en als $b = e_1 \dots e_n$, $s = x_1 \dots x_n$, dan is de Form der Darstellung van b: $\{ \langle e_i, x_i \rangle : 1 \leq i \leq n \}$. Merk op, dat dit gelijk is aan $d \uparrow \{ e_1, \dots, e_n \}$.
- Form der Wirklichkeit. De Vorm van de werkelijkheid is $\{ \text{Form}(s) : s \in SV \text{ en } s \leq w_0 \}$.
- Logische Mannigfaltigkeit. Als $s \in SV$ en $s = x_1 \dots x_n$, dan is de logische menigvuldigheid (multipliciteit) van s: n. Analoog voor elementaire beelden.

$$LM(\neg p) = LM(p), \quad LM(p \& q) = \text{Max}(LM(p), LM(q))$$

3.4. Adequaatheid van de reconstructie.

Dat de reconstructie adequaat is ten opzichte van althans een gedeelte van de Tractatus, blijkt genoegzaam uit § 3.2. Dit wil niet zeggen dat de reconstructie overeenstemt met alle passages over Gegenstände, Bilder en de syntaxis van een ideale logische taal; maar er staan ons geen passages voor de geest waarmee ze flagrant in strijd is. Het wil evenmin zeggen, dat we alle relevante onderwerpen hebben besproken; opvallend door hun afwezigheid zijn bijvoorbeeld (a) quantificatie (5.52) en (b) de elimineerbaarheid van namen (5.526). We moeten ons echter beperken.

De adequaatheid van de definities van logische en andere vormen zullen we hier niet onderzoeken. De definities van de Form des Gegenstandes en Form des Sachverhaltes zijn al kort besproken; de overige definities lijken zó direct op Griffins (1964, ch. 8) elucidaties aan te sluiten, dat ze de plausibiliteit van de laatste lijken te delen.

4. DE PROPOSITIONELE ATTITUDEN.

4.1. Het probleem van de propositionele attituden.

De propositionele attituden (een uitdrukking van Russell) die door Wittgenstein in de Tractatus worden besproken zijn "weten" (5.1362), "geloven", "denken" (5.541, 5.542), "zeggen" (5.542), "oordelen" (5.5422) en "waarnemen" (5.5423). De analyse van zinnen waarin propositionele attituden worden toegeschreven wordt besproken in 5.54 - 5.5423. Bovendien komen er relevante passages voor in de Notes on Logic, de Notes Dictated to G.E. Moore in Norway, en in een briefkaart aan Russell (Notebooks, p. 130).

De propositionele attituden plaatsen Wittgenstein voor een probleem doordat hij het waarheidsfunctionaliteitsprincipe tot universeel geldig verklaart. Zoals het in 5.54 luidt:

In der allgemeinen Satzform kommt der Satz im Satze nur als Basis der Wahrheitsoperationen vor.

Dit betekent: alléén de waarheidswaarde van een zin p die in een zin q voorkomt die met behulp van - en & (of andere "waarheidsoperaties" definieerbaar in termen van "gezamenlijke negatie": 5.5) uit p en andere zinnen is opgebouwd, speelt een rol t.a.v. de waarheidswaarde van q.

Dit levert onmiddellijk moeilijkheden op met betrekking tot propositionele attitude contexten. Zoals Russell (Whitehead & Russell 1927: 401-2) schrijft:

If A believes p and p is true, it does not follow that A believes every other true proposition q; nor, if A believes p, and p is false, does it follow that A believes every other false proposition q.

Het lijkt erop dat p in "A gelooft p" niet van belang is qua waarheidswaarde, het lijkt erop dat we hier met een soort zinnen worden geconfronteerd waarin consti-tuerende zinnen op een andere manier dan alleen van belang zijnde qua waarheidswaarde optreden. Zoals 5.541 opmerkt:

Auf den ersten Blick scheint es, als könne ein Satz in einem anderen auch auf andere Weise vorkommen. Besonders in gewissen Satzformen der Psychologie, wie 'A glaubt, daß p der Fall ist', oder 'A denkt p', etc.

Wittgenstein stelt zich nu ten doel te laten zien dat propositionele attitude toeschrijvingen geen inbreuk maken op het principe van de waarheidsfunctionaliteit. De wijze waarop hij dat doet is een onverwachte: propositionele attitude toeschrijvingen zijn Scheinsätze die geen pendant hebben in een taal zoals die van Principia Mathematica. Zij zijn te vergelijken met een zin zoals "De Sinn van "p" is ...". De laatste zin is een zin uit de "laddertaal", de taal die Wittgenstein in de Tractatus gebruikt om over de taal (of liever: over de betrekkingen tussen taal en werkelijkheid) te spreken; het is een zin uit de semantische metataal, niet uit de objecttaal. We zeggen er iets in dat niet in de objecttaal kan worden gezegd; de objecttaal kan slechts "tonen" wat we in de "laddertaal" meedelen. Precies zoals met "de Sinn van "p" is ..." is het met een zin als "A gelooft dat p" gesteld: dit is ook een zin waarin semantische informatie wordt uitgedrukt die in de objecttaal slechts kan worden getoond, niet worden gezegd. De zin vormt dan ook geen bedreiging van het principe van de waarheidsfunctionaliteit, eenvoudigweg doordat ze geen zin van de objecttaal is.

In het onderstaande zullen we aan de hand van de in de drie voorgaande hoofdstukken gepresenteerde reconstructie verduidelijken hoe men "A gelooft dat p" en "de Sinn van "p" is ..." als analoge uitdrukkingen kan opvatten. Alvorens Wittgensteins theorie vanuit een formeel oogpunt te beschouwen zullen we een informele explicatie van haar geven; hierbij zullen we ons baseren op de commentaren die al eerder zijn gegeven door Anscombe (1974), Berghel (1978), Black (1964), Blackwell (1981), Copi (1958), Griffin (1964), Kenny (1973, 1981), Pears (1967, 1979), Ramsey (1923),

Russell (1922, 1940), Russell in Whitehead and Russell (1927: App. C), Sellars (1974), Somerville (1980) en Stock (1974). Dit wil niet zeggen dat we het met ook maar één van deze auteurs volledig eens zijn.

4.2. Afgewezen analyses.

Laten we eerst eens zien hoe propositionele attitude toeschrijvingen volgens Wittgenstein niet geanalyseerd dienen te worden.

1. In "A gelooft dat p" (de uitdrukking die we van nu af aan als paradigmatisch voor de propositionele attitude toeschrijving zullen beschouwen) is er geen sprake van een relatie tussen twee objecten, namelijk een object dat correspondeert met "A" en een object dat correspondeert met "p". Dat is, zoals 5.541 zegt, slechts oppervlakkige schijn:

Auf den ersten Blick scheint es, als könne ein Satz in einem anderen auch auf andere Weise vorkommen. Besonders in gewissen Satzformen der Psychologie, wie 'A glaubt, daß p der Fall ist', oder 'A denkt p', etc.

Hier scheint es nämlich oberflächlich, als stünde der Satz p zu einem Gegenstand A in einer Art von Relation.

(Und in der modernen Erkenntnistheorie (Russell, Moore, etc.) sind jene Sätze auch so aufgefaßt worden.)

Waarom "p" niet naar een object verwijst wordt expliciet uiteengezet in de Notes on Logic:

In "A judges (that) p", p cannot be replaced by a proper name. This is apparent if we substitute "A judges that p is true and not-p is false". The proposition "A judges (that) p" consists of the proper name A, the proposition p with its two poles, and A's being related to both these poles in a certain way. This is obviously not a relation in the ordinary sense. (Notebooks, p. 95.)

En nogmaals:

When we say "A believes p", this sounds, it is true, as if we could here substitute a proper name for "p". But we can see that here a sense, not a meaning is concerned, if we say "A believes that p is true", and in order to make the direction of p even more explicit, we might say "A believes that 'p' is true and 'not-p' is false". (Notebooks, p. 106.)

Waarom "A" in "A gelooft dat p" geen naam van een object kan zijn zullen we in het onderstaande nog zien.

2. In "A gelooft dat p" is er geen sprake van een relatie tussen A en de constituenten van p. (Als "p" "Rab" is, waar "R" een twee-plaatsig predicaat is en "a" en "b" namen, zijn de constituenten van "p": "R", "a" en "b".) Dit is Wittgensteins bezwaar tegen Russells "theories of judgment". (Zie Russell 1910, 1913; en de besprekingen van Blackwell (1981), Pears (1967, 1979), Sellars (1974) en Sommerville (1980).) Russell analyseerde een zin als "A gelooft dat Rab" aanvankelijk als " $J\{A, a, b, R\}$ " of " $J\langle A, a, b, R \rangle$ "; in zijn Theory of Knowledge verbeterde hij dit tot " $J\{A, a, b, R, x\phi y\}$ ", waar " $x\phi y$ " staat voor de vorm van een duaal complex. Zo werd "A judges that a and b are similar": " $J\{A, a, b, \text{similarity}, x\phi y\}$ ", waar " $x\phi y$ " staat voor de vorm "something and something have some relation". (Russell 1913, p. 117.) Wat is er op deze analyse tegen?

Er zijn twee bezwaren. In de eerste plaats sluit de analyse nonsensicale oordeel-toeschrijvingen niet uit. Beschouw de termen "two", "loves", "seven": alle drie perfect in orde zijnde constituenten van zinnen. "A judges that two loves seven" (een zin waarin A tot een complex object van een juiste vorm wordt gerelateerd) is dus ook een goed voorbeeld van een oordeel-toeschrijving. Dit vindt Wittgenstein absurd. Zoals hij schrijft in de Notes on Logic (vgl. TLP 5.5422):

When we say A judges that, etc., then we have to mention a whole proposition which A judges. It will not do either to mention only its constituents, or its constituents and form but not in the proper order. This shows that a proposition itself must occur in the statement to the effect that it is judged. (Notebooks, p. 94.)

Every right theory of judgment must make it impossible for me to judge that "this table penholders the book" (Russell's theory does not satisfy this requirement). (Notebooks, p. 103.)

(Zoals Blackwell opmerkt, is Wittgensteins voorbeeld hier uitermate ongelukkig gekozen, omdat "penholders" immers geen twee-plaatsig predicaat is.)

Het tweede bezwaar hangt samen met Wittgensteins overige filosofische opvattingen over vormen. Zoals hij schrijft:

There is no thing which is the form of a proposition, and no name which is the name of a form. Accordingly we can also not say that a relation which in certain cases holds between things holds sometimes between forms and things. This goes against Russell's theory of judgment. (Notebooks, p. 105.)

N.B. Hoe staat het met geloven dat p bij Russell in het geval dat p een moleculaire zin is (één die connectieven bevat)? Het desbetreffende hoofdstuk van Theory of Knowledge heeft Russell, na Wittgensteins, in zijn ogen

vernietigende, kritiek, nooit geschreven; maar later zou hij hiervoor speciale, met de connectieven corresponderende, gevoelens introduceren. Geloven dat p of q is met een disjunctief gevoel gerelateerd zijn aan de complexe objecten aangeduid door "p" en "q", etc. (Zie Russell 1921: 250.)

4.3. Wittgensteins analyse.

Wittgensteins eigen suggesties voor de analyse van geloofszinnen beslaan in totaal vier zinnen. De oudste uiteenzetting vinden we in de Notes Dictated to G.E. Moore in Norway (1914):

The relation of "I believe p" to "p" can be compared to the relation of "'p" says (besagt) p' to p: it is just as impossible that I should be as simple as that "p" should be. (Notebooks, p. 119.)

We vinden zijn ideeën in meer uitgewerkte vorm terug in Tractatus 5.542 en 5.5421:

5.542. Es ist aber klar, daß 'A glaubt, daß p', 'A denkt p', 'A sagt p' von der Form "'p" sagt p' sind: Und hier handelt es sich nicht um eine Zuordnung von einer Tatsache und einem Gegenstand, sondern um die Zuordnung von Tatsachen durch Zuordnung ihrer Gegenstände.

5.5421. Dies zeigt auch, daß die Seele - das Subjekt, etc. - wie sie in der heutigen oberflächlichen Psychologie aufgefaßt wird, ein Unding ist. Eine zusammengesetzte Seele wäre nämlich keine Seele mehr.

Onze interpretatie van deze passages van, zoals Urmson (1956) heeft gezegd, "almost impenetrable obscurity" is als volgt.

Om "A gelooft dat p" met "'p" zegt (dat) p' te kunnen vergelijken, hetgeen Wittgenstein ons aanspoort te doen, moeten we eerst weten hoe we de laatste uitdrukking moeten interpreteren.

Allereerst: wat is de "logische vorm" van "'p" zegt p'? Hiervoor zijn er genoeg aanknopingspunten: Wittgenstein gebruikt de letter "p" met aanhalingstekens doorgaans om naar een zin te verwijzen (bijvoorbeeld in 5.12, 5.123, 5.1241, 5.1311, 5.152, 5.44, 5.512, 5.513; uitzonderingen zijn 4.24, 5.141, 5.541); de letter "p" zonder aanhalingstekens om naar een feit of situatie te verwijzen (bijvoorbeeld in 5.43). "'p" zegt p' is dan ook een zin van de vorm "'p" zegt s', waar de letter "s" een situatie aanduidt.

Ten tweede: wat betekent "zeggen" in deze context? Hierbij houden we vast aan onze interpretatie van § 2.6 (bij TLP 4.022b): "'p" zegt s' betekent zoveel als "'p" zegt dat s het geval is (bestaat)', "'p" beschrijft (representeert) s', "'p" is een beeld van s', 'de Sinn van "p" is s'. Deze interpretatie van "zeggen" is niet alleen in overeenstemming met 4.022b, hij stelt ons ook in staat te begrijpen waarom het 4.461 heet dat de tautologie en de contradictie nichts sagen. De verklaring daarvan vinden we nu in één adem genoemd in 4.462, waar wordt gesteld dat zij keine mögliche Sachlage darstellen. De tautologie en de contradictie zeggen niets omdat zij geen mogelijke situatie representeren; zeggen dat s het geval is is s representeren. Vergelijk ook 4.03: "Der Satz sagt nur insoweit etwas aus, als er ein Bild ist." *)

Ten derde: van welke situatie is er sprake in "'p" zegt p'; welke situatie wordt door de letter "p" zonder aanhalingstekens aangeduid in "'p" zegt p'? Hierop is slechts één antwoord mogelijk: de situatie die door de zin "p" wordt gerepresenteerd. De situatie p waarvan hier sprake is, is de situatie die in onze taal door de zin "p" wordt beschreven.

*) Hiermee is mijn interpretatie van "'p" zegt s' als 's is een deel van de Sinn van "p"' in Lokhorst (1985) weerlegd. Als dit de juiste interpretatie was, zou er in 4.461 immers staan dat de tautologie niets zegt (behalve zichzelf) en de contradictie alles.

Hiermee hebben we de conclusie bereikt dat "'p" zegt p' voluit gelezen moet worden als 'de zin "p" representeert de situatie die door de zin "p" wordt gerepresenteerd', 'de zin "p" is een afbeelding van de situatie die wij in onze taal met de zin "p" beschrijven'.

De zin "'p" zegt p' is derhalve een specificatie van de Sinn van een zin. Maar: daarom is het een unsinnige zin. Een zin toont zijn Sinn (4.022), en omdat "datgene wat getoond kan worden, niet gezegd kan worden" (4.1212), kan de zin niet zeggen dat hij deze Sinn heeft. Een andere zin van de taal kan dat evenmin; "was sich in der Sprache ausdrückt, können wir nicht durch sie ausdrücken" (4.121). Als poging tot Sinn-specificatie is "'p" zegt p' even unsinnig als de zin "p ist ein Satz" (5.5351). Beide opmerkingen zijn opmerkingen over de taal, opmerkingen die niet tot de taal, maar tot een taal over de taal behoren; de eerste is een semantische opmerking uit een metataal, de tweede een syntactische opmerking uit een metataal.

Behalve dat het een zin uit de metataal is (de "laddertaal" waarin de Tractatus over onze taal spreekt), is er nog een tweede eigenaardigheid aan de uitdrukking "'p" zegt p' verbonden. Binnen de metataal heeft zij namelijk een bijzondere status. In tegenstelling tot een zin als "'Il fait chaud" zegt dat het warm is' ('De Sinn van "Il fait chaud" is hetzelfde als de Sinn van "Het is warm"'), is "'p" zegt dat p' immers volstrekt oninformatief. ('"p" beeldt af wat "p" afbeeldt'.) De zin "zegt niets", is als het ware "sinnlos", op metatologisch niveau (4.461); het is geen verhelderende, maar zinloze onzin.

Na deze interpretatie van "'p" zegt p' gegeven te hebben, kunnen we nu overgaan tot de zin waar het ons om begonnen is, en die volgens Wittgenstein analoog is: "A gelooft dat p".

In welk opzicht is "A gelooft dat p" analoog aan "'p" zegt p'? Er is slechts één interpretatie mogelijk: we moeten dit zó opvatten, dat beide uitdrukkingen specificaties zijn van de Sinn van een Bild. Zoals "'p" zegt p' betekent dat "p"

situatie p (= de situatie afgebeeld door "p") weergeeft, zo betekent "A gelooft p" dat A situatie p weerspiegelt. Zo hebben we enerzijds "'p" representeert p', anderzijds "A representeert p": inderdaad twee vergelijkbare uitdrukkingen. Mentale representatie is analoog aan linguïstische representatie.

Deze interpretatie maakt een groot aantal passages onmiddellijk duidelijker.

Zo kunnen we nu begrijpen waarom het in de Notes on Logic luidde dat in "A gelooft dat p", "p" niet de rol speelt van een naam, maar dat "here a sense, not a meaning is concerned" (Notebooks, p. 106). Inderdaad is de Sinn van "p" in het spel, omdat het hier om een Sinn-specificatie gaat.

Ook is het gemakkelijk in te zien waarom de ziel (het representationele deel van A) complex moet zijn: want beelden kunnen slechts representeren doordat ze een interne complexiteit en structuur hebben. Laten we eenvoudigheidshalve een elementaire zin beschouwen en de elementaire situatie die hij afbeeldt. Volgens de afbeeldingstheorie heeft een Sachverhalt s, zoals we reeds in het vorige hoofdstuk hebben gezien (§ 3.1, 3.2, #2, #9, #19), een interne structuur; zij vormt een combinatie (2.01) of configuratie (2.0272, 3.21) van zaken, dingen, objecten (2.01, 2.0121, 2.0124, 2.013, 2.0272, 2.03, 2.031, 4.2211): x_1, x_2, \dots, x_n . Een zin "p" is een combinatie (3.14), configuratie (3.21), connectie (4.22), concatenatie (4.22) van precies hetzelfde aantal (4.0311, 4.04) elementen (3.2), woorden (3.14, 4.026, 4.03), tekens (3.201, 3.202, 3.21, 4.026, 4.0312), symbolen (3.31, 4.24), primitieve tekens (3.26), uitdrukkingen (3.31, 3.318), namen (3.202, 3.26, 4.0311, 4.22, 5.55): a_1, a_2, \dots, a_n . Iedere naam a_i vertritt, staat voor, bedeutet, verwijst naar (3.203, 3.22, 3.221, 3.323, 4.0311, 4.0312) het zugeordnete, corresponderende (2.13, 2.1514, 5.526) object x_i . Het is dankzij de "isomorfie" van hun structuur (vorm) (2.15, 2.171, 2.18,

3.21, 4.014, 4.12) en de Zuordnung van hun elementen dat zin "p" situatie p weergeeft en dat "p" zegt dat p (3.1432, 3.251, 4.01, 4.011, 4.021, 4.023, 4.027, 4.03, 4.0311, 4.032, 4.06, 4.061, 4.0621, 4.1, 4.46, 4.465, 6.1264).

Het zal duidelijk zijn dat ieder beeld complex moet zijn, omdat iedere situatie complex is (Wittgenstein kent geen "monadische" elementaire situaties, zoals we hebben gezien in hoofdstuk drie); wil een beeld een situatie kunnen representeren, dan zal het "die gleiche logische Mannigfaltigkeit" (4.04) moeten hebben. Daarom is een beeld geen object: want ieder object is niet-samengesteld (2.02, 2.021). Het beeld is een feit (situatie), zoals 2.141 zegt. Juist doordat het een feit is, is het mogelijk dat het gearticuleerd is in beeldelementen (§ 3.2 ad #10).

De consequentie is dat een A die weergeeft dat p óók complex moet zijn, net zoals ieder beeld; dit verklaart de opmerkingen over de complexiteit van de ziel. De ziel moet dezelfde "Mannigfaltigkeit" hebben als wat zij afbeeldt. De ziel kan geen non-complexe Gegenstand zijn; want juist zoals ieder beeld representeert zij juist bij de gratie van de veelvuldigheid van haar elementen. Net zoals bij ieder beeld is er hier sprake van een Zuordnung van beeldelementen en de elementen van het afgebeelde. Dit is wat 5.542 bedoelt met de Zuordnung von Tatsachen (namelijk feit A enerzijds en feit p anderzijds - aannemende dat "p" een ware elementaire zin is) durch Zuordnung ihrer Gegenstände (namelijk de elementen van A enerzijds en de elementen van p anderzijds).

Het zal duidelijk zijn dat een A die gelooft dat p noodzakelijk complex is, zelfs al is "p" een elementaire zin, en zelfs als "p" de enige zin is z.d.d. A gelooft dat p: want zelfs een beeld van een elementaire situatie is al noodzakelijkerwijze complex. Dit spreekt vanzelf gegeven de Sachverhalte-theorie en de afbeeldingstheorie. Daarom slaat Hintikka (1958: 59) de plank mis: hij schrijft dat "the

multiplicity of propositions believed by A" het feit is dat Wittgenstein laat zeggen dat het subject complex is. Deze eventuele multipliciteit is irrelevant. (Zie §5.5.)

Tenslotte moeten we de vraag stellen: welke constituenten van A corresponderen precies met de situaties die gerepresenteerd worden? Van welke aard is datgene precies dat afbeeldt (met andere woorden: dat wat we hierboven kortheidshalve "het representatieve systeem" ("de ziel") hebben genoemd)? Hierover heeft Wittgenstein twee mededelingen gedaan.

Het bekendst is een opmerking in een briefkaart aan Russell (19.8.1919; zie Notebooks, p. 130):

"... But a Gedanke is a Tatsache: what are its constituents and components, and what is their relation to those of the pictured Tatsache?"
I don't know what the constituents of a thought are but I know that it must have such constituents which correspond to the words of Language. Again the kind of relation of the constituents of the thought and of the pictured fact is irrelevant. It would be a matter of psychology to find out.

Maar we vinden een gelijksoortige opmerking al eerder in de Notebooks (p. 82, d.d. 12.9.1916):

Jetzt ist klar, warum ich dachte, Denken und Sprache wäre dasselbe. Das Denken nämlich ist eine Art Sprache. Denn der Gedanke ist natürlich auch ein logisches Bild des Satzes und somit ebenfalls eine Art Satz.

Bovenstaande twee opmerkingen verhelderen Wittgenstein's theorie aanzienlijk. Datgene wat representeert in het geval dat A gelooft dat p is een gedachte, dat wil zeggen een soort "zin" (laten we zeggen: een "mentale zin" in A's "mentale taal"); en het is deze "zin" die het Bild van situatie p vormt.

In combinatie met onze eerder gegeven uiteenzetting levert dit het volgende beeld op. De zin "A gelooft p" zegt twee dingen:

1. A heeft een gedachte, zeg "p*". Deze gedachte, een soort zin, is een "psychische constituent": hij maakt deel uit van A's "ziel".

2. "p*" zegt p. Zoals voor iedere zin geldt natuurlijk ook voor "p*": "p*" zegt p*. Maar het laatste kunnen wij misschien niet zeggen; want "p*" behoeft geen zin van onze taal te zijn. (Vergelijk: "Es regnet" zegt dat es regnet': dit is geen Nederlandse zin.) Daarom specificeren we de Sinn van "p*" in onze taal: we zeggen dat "p*" zegt dat p. (Vergelijk: "Es regnet" zegt dat het regent'.) Nog preciezer uitgedrukt: "p*" is een afbeelding van de situatie die in onze taal door "p" wordt beschreven (zo hadden we "situatie p" immers gedefinieerd).

Het is uiteraard het laatste deel van de geloofstoeschrijving dat dezelfde vorm heeft als "p" zegt p; hier is sprake van een analoge Sinn-specificatie. "p*" zegt p (= p*). Dit deel van de toeschrijving wordt door Anscombe (1974: 88) met een treffende term "the business-part" genoemd. Wittgenstein had kennelijk hetzelfde op het oog als wat Romane Clark onlangs schreef (1976: 81):

In ascribing thoughts and perceptions to others we are, very nearly, saying meta-linguistic things.

Het wordt nu ook nog duidelijker waarom de "ziel" complex is. Om situatie p te kunnen representeren, moet "p*" immers dezelfde logische vorm hebben als p. Maar zoals iedere situatie is p onvermijdelijk complex. Dus is "p*" complex. Maar "p*" is een constituent van A's psyche. Conclusie: A's psyche kan niet simpel zijn, moet "zusammen-gesetzt" zijn.

"De ziel" waarvan hier sprake is, moet overigens niet verward worden met het "metafysische subject" van 5.63-5.641. 5.5421 gaat over "de menselijke ziel, waar de psychologie zich mee bezig houdt" (5.641). Zij bestaat uit Gedanken, d.i., uit feiten, d.i., uit delen van de wereld; zij kan geïdentificeerd worden met "de enige taal die ik versta" (5.62), ze bestaat immers ook uit "zinnen" (in de "taal van het denken"). Het meta-

fysische subject is géén deel van de wereld (5.641), maar een grens van de wereld (5.632), een grens van de taal (5.6); het is, i.t.t. de ziel, niet complex (5.64).

4.4. Drie verwante opvattingen.

Wittgensteins opmerkingen zijn nogal summier. Om hen ietwat meer reliëf te geven, zullen we hier een korte uiteenzetting geven van drie gelijksoortige benaderingen:

1. Moderne theorieën over een "language of thought".
2. Hertz's theorie over (mentale en niet-mentale) representatie (waarschijnlijk de bron van Wittgensteins analyse).
3. Enige passages uit Wittgensteins Philosophische Bemerkungen waarin TLP 5.542 lijkt door te klinken.

4.4.1. Contemporaine theorieën over de "taal van het denken".

Wittgensteins analyse loopt op een frappante wijze vooruit op moderne theorieën over een "language of thought". Om deze stelling te adstrueren, behoeven we slechts op twee invloedrijke "language of thought" theoristen te wijzen: G. Harman (1973) en H. Field (1978). De overeenkomsten tussen Harmans en Wittgensteins theorie zijn reeds gedetailleerd besproken door Berghel; zoals de laatste schrijft (Berghel 1978: 153-154):

On Harman's functional account, mental states represent different attitudes towards the sentence (in the language of thought) which they involve. Thus, A's belief that p is to be described as the storage of sentence p* (which is structurally isomorphic to p, but in the language of thought) as a belief in A's mind. A's belief that p, then, places A in a belief-relation to p*, but not to p. But this is simply a twist on 5.542, for now "A's belief that p" really does say nothing more than "p* says p".

The only thing that A has contributed in his belief is the storage of p^* , but the essence of the belief is still p^* , and p^* stands to p in just the sort of relationship that Wittgenstein had in mind in the Tractatus. (pp. 153-4)

Field's verdediging van de hypothese is zorgvuldiger dan die van Harman, maar zijn analyse van "A gelooft p " is analoog (Field 1978: 12):

X believes that p iff there is a sentence S such that X believes* S and S means that p . (p. 12)

Hier is "believes*" een relatie tussen een persoon en een zin in zijn eigen taal. Een persoon heeft zekere "core beliefs", die expliciet opgeslagen liggen in zijn hoofd (hoe dat precies gebeurt, moet de neurofysiologie uitzoeken); de persoon believes* p als p een voor de hand liggend gevolg is van één van deze expliciet opgeslagen zinnen. Deze verfijning buiten beschouwing latend, zien we echter dat het voorstel bijzonder veel op dat van Wittgenstein lijkt; en de zinswending aan het slot (" S means p ") kunnen we zeer wel parafraseren als " S sagt, daß p ".

Field verdedigt de "language of thought" hypothese omdat zij volgens hem de enige mogelijke manier aan de hand doet om een materialistische oplossing te geven van Brentano's probleem van de intentionaliteit. De materialist moet laten zien dat de relaties tussen mensen en proposities (waarbij een propositie dan bijvoorbeeld geconstrueerd wordt als een verzameling mogelijke werelden) niet "irreducibly mental" zijn. Hoe Field's betoog precies verloopt zullen we hier buiten beschouwing laten. Maar bovenstaande twee moderne benaderingen laten wel zien dat Wittgenstein's inzichten nog steeds niet "achterhaald" zijn!

4.4.2. Hertz over mentale en niet-mentale representatie.

Dat de Tractatus is gemodelleerd naar Die Prinzipien der Mechanik van Heinrich Hertz (1894) kan niemand ontgaan; zelfs de stijl is hetzelfde. We zouden de Tractatus wel Die Prinzipien aller Naturwissenschaften kunnen noemen (Griffin 1964, p. 5, doet een gelijksoortige suggestie). De afbeeldingstheorie stamt vrijwel geheel uit het werk van Hertz; het grote verschil is, dat Wittgenstein haar toepaste op de taal. De overeenkomst begint al bij de eerste bladzijde van het boek van Hertz:

Wir machen uns innere Scheinbilder oder Symbole der äußeren Gegenstände,¹ und zwar machen wir sie von solcher Art, daß die denotwendigen Folgen der Bilder stets wieder die Bilder seien von den naturnotwendigen Folgen der abgebildeten Gegenstände.² Damit diese Förderung überhaupt erfüllbar sei, müssen gewisse Übereinstimmungen vorhanden sein zwischen der Natur und unserem Geiste.³ Die Erfahrung lehrt uns, daß die Forderung erfüllbar ist und daß also solche Übereinstimmungen in der That bestehen. Ist es uns einmal geglückt, aus der angesammelten bisherigen Erfahrung Bilder von der verlangten Beschaffenheit abzuleiten, so können wir an ihnen, wie an Modellen, in kurzer Zeit die Folgen entwickeln, welche in der äußeren Welt erst in längerer Zeit oder als Folgen unseres eigenen Eingreifens auftreten werden; wir vermögen so den Thatsachen vorauszuellen und können nach der gewonnenen Einsicht unsere gegenwärtigen Entschlüsse richten. — Die Bilder, von welchen wir reden, sind unsere Vorstellungen von den Dingen;⁴ [.....] (Hertz 1894: S. 1, 2.)

Vergelijk hiermee:

1. TLP 2.1.
2. TLP 2.15, 2.151.
3. TLP 2.16, 2.161.
4. TLP 3.

Van bijzonder belang voor ons doel is de sectie Dynamische Modelle (S. 197-199).

§ 418. Definition. Ein materielles System heißt dynamisches Modell eines zweiten Systems, wenn sich die Zusammenhänge des ersteren durch solche Koordinaten darstellen lassen, daß den Bedingungen genügt ist:

1. daß die Zahl der Koordinaten des ersten Systems gleich der Zahl der Koordinaten des andern Systems ist,¹
2. daß nach passender Zuordnung der Koordinaten für beide Systeme die gleichen Bedingungsgleichungen bestehen,
3. daß der Ausdruck für die Größe einer Verrückung in beiden Systemen bei jener Zuordnung der Koordinaten übereinstimme.

Je zwei einander zugeordnete Koordinaten beider Systeme heißen auch korrespondierende. Korrespondierende Lagen, Verrückungen, u.s.w. heißen solche Lagen, Verrückungen, u.s.w. beider Systeme, welchen gleiche Werte der korrespondierenden Koordinaten und ihrer Änderungen zugehören. (Hertz 1894: 197.)

§ 419. Folgerung 1. Ist ein System Modell eines zweiten Systems, so ist auch umgekehrt das zweite System Modell des ersten. Sind zwei Systeme Modelle eines dritten, so sind sie auch Modelle von einander. Das Modell des Modells eines Systems ist auch Modell des ursprünglichen Systems.² (Hertz 1894: 197.)

§ 420. Folgerung 2. Die Eigenschaft eines Systems, Modell eines andern zu sein, ist unabhängig von der Wahl der Koordinaten des einen oder des andern Systems, obwohl sie erst bei besonderer Wahl des Koordinaten unmittelbar hervortritt.³ (Hertz 1894: 197)

Commentaar:

1. Vergelijk TLP 4.04.
2. Nergens in de Tractatus staat dat de relatie "... is beeld van ---" symmetrisch is of transitief. Maar het zou er hebben kunnen staan.
3. Vergelijk TLP 3.13.

Na enige verdere Folgerungen, Anmerkungen en Lehrsätze stuiten we op een passage waarin wordt geopperd dat de geest zich beelden maakt die de werkelijkheid op dezelfde manier representeren als dynamische modellen dat doen; gecombineerd met Wittgensteins opvatting dat een volzin een model van de werkelijkheid is, ligt de conclusie voor de hand dat mentale representatie analoog is aan linguïstische representatie – de conclusie die Wittgenstein, zoals we weten, ook inderdaad trok (al kunnen we natuurlijk nooit met zekerheid achterhalen of hij haar geïnspireerd door deze passage trok).

§ 428. Anmerkung 2. Das Verhältnis eines dynamischen Modells zu dem System, als dessen Modell es betrachtet wird, ist dasselbe, wie das Verhältnis der Bilder, welche sich unser Geist von den Dingen bildet, zu diesen Dingen. Betrachten wir nämlich den Zustand des Modells als eine Abbildung des Zustandes des Systems, so sind die Folgen der Abbildung, welche nach den Gesetzen dieser Abbildung eintreten müssen, zugleich die Abbildung der Folgen, welche sich an dem ursprünglichen Gegenstand nach den Gesetzen dieses ursprünglichen Gegenstandes entwickeln müssen. Die Übereinstimmung zwischen Geist und Natur läßt sich also vergleichen mit der Übereinstimmung zwischen zwei Systemen, welche Modelle von einander sind,¹ und wir können uns sogar Rechenschaft ablegen von jener

Übereinstimmung, wenn wir annehmen wollen, daß der Geist die Fähigkeit habe, wirkliche dynamische Modelle der Dinge zu bilden und mit ihnen zu arbeiten. (Hertz 1894: 199.)

Commentaar:

1. Combineren we de Tractatus-afbeeldingstheorie van de taal met de opvatting van Hertz dat de afbeeldingsrelatie (de relatie "... is model van ---") symmetrisch is, dan is een voorbeeld van twee van dergelijke "Systeme, welche Modelle von einander sind" te vinden in TLP 5.542: "p" en p.

4.4.3. De Philosophische Bemerkungen over "erwarten".

Het lijkt tot dusver nog niet opgemerkt te zijn dat er echo's van TLP 5.542 weerklinken in Wittgensteins Philosophische Bemerkungen (ca. 1929-1930). Zoals we zagen, is de "inhoud" van A's geloof in het geval dat hij gelooft dat p, de situatie die door de zin "p" wordt afgebeeld; in dit geval representeert A de Sinn van "p". Vergelijk dit met de volgende opmerking uit 1929 over de "inhoud" van een andere propositionele attitude, verwachten:

Ist es nicht so, daß meine Theorie ganz darin ausgedrückt ist, daß der Sachverhalt, der die Erwartung von p befriedigt, durch den Satz p dargestellt wird? (Wittgenstein 1964, S. 66, Bemerkung 25.)

Zoals we eveneens hebben gezien, moet er in het geval dat A gelooft dat p sprake zijn van "die gleiche logische Mannigfaltigkeit" van de situatie die door "p" wordt afgebeeld enerzijds en A's gedachte (A's gedachte dat p) anderzijds. Ook dit detail van de Tractatus theorie weerklinkt in de Philosophische Bemerkungen:

Die Erwartung, der Gedanke, der Wunsch, etc., daß p eintreffen wird, nenne ich erst dann so, wenn diese Vorgänge die Multiplizität haben, die sich in p ausdrückt, erst dann also, wenn sie artikulierte sind. [...]

Gedanken nenne ich erst den artikulierten Vorgang; man könnte also sagen, "erst das, was einen artikulierten Ausdruck hat".

(Wittgenstein 1964, S. 69-70, Bemerkung 33.)

4.5. Adequaatheid van de analyse.

In de context van de Tractatus moet een analyse van geloofszinnen aan drie adequaatheidseisen voldoen.

Twee desiderata kwamen we al tegen bij de kritiek op Russell:

1. In "A gelooft dat p" is "p" geen naam.
2. Een juiste analyse moet laten zien "Daß es unmöglich ist einen Unsinn zu urteilen" (5.5422).

We zullen eerst onderzoeken of de Tractatus-theorie aan deze desiderata voldoet. Aansluitend aan de bespreking van deze twee punten zullen we meteen onderzoeken wat de status is van "A" in "A gelooft dat p". "A" kan immers niet de naam zijn van persoon A die de Sinn van "p" representeert; want namen verwijzen naar non-complexe Gegenstände, terwijl de persoon A die de Sinn van "p" representeert, juist doordat hij representeert, slechts een complexe situatie (of: een feit, zoals Wittgenstein zegt) kan zijn. Maar wat is de status van "A" dan?

De derde adequaatheidseis is:

3. Propositionele attitude toeschrijvingen maken slechts schijnbaar inbreuk op het principe van de waarheidsfunctionaliteit.

1. Het eerste desideratum was (zie § 4.2): in "A gelooft dat p" is "p" geen naam; "A gelooft dat p" is equivalent aan "A gelooft dat p waar is en niet-p onwaar is". Aan dit desideratum is voldaan. A gelooft

dat p doordat hij een beeld heeft van de situatie die door "p" wordt gerepresenteerd; maar een situatie waarin p waar is, is er altijd één waarin niet-p onwaar is. (De enige uitzondering is de oneigenlijke situatie 1; maar deze kan slechts worden afgebeeld door een pseudo-beeld. Vgl. punt 2.)

2. Het tweede desideratum was (zie § 4.2): een juiste analyse moet laten zien "Daß es unmöglich ist einen Unsinn zu urteilen". (5.5422)

Er zijn twee manieren om aan te tonen dat de analyse aan dit desideratum voldoet.

De eerste redenering berust op de "Bildhaftigkeit" (4.013, 4.015) van "p". "A gelooft p" werd geanalyseerd als "A representeert datgene wat door "p" wordt gerepresenteerd". Maar alles wat door een zin van de taal, zoals hier "p" wordt gerepresenteerd, is ipso facto mogelijk, "logisch"; de situatie die door "p" weergegeven is, juist omdat hij door "p" wordt weergegeven, daarmee automatisch mogelijk, "logisch". Dit blijkt uit 3.031-2:

Man sagte einmal, daß Gott alles schaffen könne, nur nichts, was den logischen Gesetzen zuwider wäre. - Wir könnten nämlich von einer 'unlogischen' Welt nicht sagen, wie sie aussähe.

Etwas 'der Logik Widersprechendes' in der Sprache darstellen, kann man ebensowenig, wie in der Geometrie eine den Gesetzen des Raumes widersprechende Figur durch ihre Koordinaten darstellen; oder die Koordinaten eines Punktes angeben, welcher nicht existiert.

We kunnen alleen maar in overeenstemming met de wetten van de logica denken (spreken); daarom kunnen we niets onlogisch denken (beschrijven). (3.02, 3.03, 5.4731). Daarom kan "p" geen onlogische situatie beschrijven;

daarom kan A nooit een onlogische situatie worden toegeschreven als "inhoud" van zijn gedachten.

Een tweede redenering die tot hetzelfde doel leidt, berust op de "Bildhaftigkeit" van A. Niet alleen de zinnen van de taal, maar ieder beeld bevat de mogelijkheid van het gerepresenteerde (2.202, 2.203). Ook alle gedachten van A representeren dus, net zoals "p", iets mogelijks.

Omdat geen beeld a priori waar is (2.225, 3.04, 3.05), is er al evenzeer sprake van een pseudo-propositie wanneer men iemand een a priori ware gedachte toeschrijft. Daarom luidt het in 5.1362:

'A weiß, daß p der Fall ist', ist sinnlos, wenn p eine Tautologie ist.

De reden waarom Wittgenstein's analyse wèl slaagt aan te tonen dat het onmogelijk iets onzinnigs van oordeel te zijn, terwijl die van Russell faalde, is natuurlijk dat bij Russell de verwijzing naar de situatie die door "p" wordt uitgedrukt verloren ging. Russell analyseerde een zin als "A oordeelt dat a en b zijn gelijk" als $O \{A, a, b, \text{gelijkheid}, \phi(x,y)\}$; we houden hier slechts een "Klasse von Namen" (3.142), een "Wörtergemisch" (3.141) over. Maar daarmee kan men alleen een "Klasse von Gegenständen" weergeven, geen (gestructureerde) situatie.

— De status van "A" in "A gelooft dat p". Zoals gezegd, kan "A" hier geen naam zijn; want een naam verwijst naar een (niet-complex) object, en iets dat niet complex is kan geen situatie representeren, dus ook niet de Sinn van "p". Wat is dan de status van "A"?

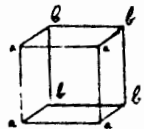
De oplossing is niet moeilijk. "A" is een pseudo-naam, een naam die niet verwijst naar een Gegenstand, maar een afkorting is van een verzameling beschrijvingen van feiten; of, iets algemener gesteld, omdat er immers situaties zouden kunnen zijn die niet door een zin beschreven kunnen worden, een "naam" die

niet verwijst naar een Gegenstand, maar naar een verzameling feiten. Een persoon is geen object, maar, zoals Russell (1922: xix) zegt, "a fiction"; een persoon is geen ding, maar, zoals Russell (in Russell and Whitehead 1927: 403) zegt, een "series of events". Willen we erachter komen op welke Gegenstände de pseudo-naam "A" betrekking heeft, dan zullen we eerst moeten uitzoeken naar welke "series of events" ("facts") "A" "verwijst"; dit is geen zaak van logische analyse, want het is een contingente zaak uit welke feiten een persoon bestaat. In de ene situatie wordt hij gevormd door zulke feiten, in een andere door zulke. Vervolgens zullen we moeten nagaan uit welke configuraties van objecten de feiten in kwestie bestaan; dit is natuurlijk wel een zaak van logische analyse. En in het geval dat "A gelooft dat p" zullen we onder de laatste feiten dan ook feiten vinden die op de juiste manier in beeldelementen zijn gearticuleerd om de Sinn van "p" te representeren. (Wat voor soort feiten zullen dat zijn? Dat is wederom geen zaak voor de logica om uit te maken. We kunnen denken aan neuronale ontladingspatronen, aan golfbewegingen in het etherische gas waarvan de ziel is gemaakt, aan verbale, of "geïnternaliseerde" verbale, activiteit, aan configuraties van psychische constituenten, aan speekselafscheiding (Phil. Bem. S. 70), etc.)

Hoe kan een pseudo-naam naar een pseudo-Gegenstand, d.i., een feit (i.h.a.: situatie) verwijzen? Er is een aardige manier om dat duidelijk te maken. Beschouw Tractatus 5.5423:

Einen Komplex wahrnehmen, heißt, wahrnehmen, daß sich seine Bestandteile so und so zu einander verhalten.

Dies erklärt wohl auch, daß man die Figur



auf zweierlei Art als Würfel sehen kann; und alle ähnlichen Erscheinungen. Denn wir sehen eben wirklich zwei verschiedenen Tatsachen.

We kunnen hier immers zowel

A) de Tatsache dat vierkant a-a-a-a schuin onder en voor vierkant b-b-b-b ligt;

als

B) de Tatsache dat vierkant b-b-b-b schuin onder en voor vierkant a-a-a-a ligt

onderscheiden. Tatsache A en Tatsache B hebben dezelfde constituenten, maar zijn toch verschillend, doordat deze elementen zich in het ene geval op een andere wijze tegenover elkaar verhouden (op een andere wijze in het feit opgenomen zijn) dan in het andere. (Overigens is een Necker-kubus een nodeloos ingewikkeld voorbeeld; één lijn a-b is reeds een dergelijk ambiguë projectie van meerdere drie-dimensionale configuraties.)

Let nu op de term "Tatsache A" die we zojuist gebruikt hebben. Wat is de status van "A" in dit geval? Het is geen verwijzing naar een ding. Het is geen verwijzing naar een beschrijving; ook is het niet direct een afkorting van een beschrijving. Het is een verwijzing naar het feit dat door de beschrijving die achter "A" staat wordt beschreven, d.i.: het feit dat vierkant a-a-a-a, etc. Zie hier een voorbeeld van de wijze waarop pseudo-namen naar feiten "verwijzen".

"A" nu, in "(persoon) A gelooft dat het regent", is volstrekt vergelijkbaar met "A" in "feit A heeft die-en-die constituenten". "A" is in dit geval ook een pseudo-naam, die niet naar een ding verwijst. Het enige verschil is dat datgene waarnaar "A" in dit geval "verwijst" iets ingewikkelder is; want een persoon is niet één enkel feit, maar een hele serie feiten. (Bedenk ook dat een persoon geen constante serie feiten is, maar een variabele; welke feiten hem in een bepaalde situatie "instantiëren", hangt af van de situatie onder beschouwing.) (Zie verder § 5.2.)

3. Het derde adequaatheidscriterium voor een analyse van propositionele attitude toeschrijvingen was (op grond van 5.54): propositionele attitude toeschrijvingen maken geen inbreuk op het principe van de waarheidsfunctionaliteit.

Schijnbaar is aan dit criterium niet voldaan. Volgens de Tractatus theorie is het toeschrijven van de overtuiging dat p immers het toeschrijven van een mentale zin "p*" die zegt dat p. Maar "p*" zegt dat p' is geen waarheidsfunctie van p. Om Russells opmerking in § 4.1 te parafraseren:

If "p" says p and p is true, it does not follow that "p" says every other true proposition q; nor, if "p" says p and p is false, does it follow that "p" says every other false proposition.

Wittgenstein zal dit zeker niet over het hoofd hebben gezien. Hoe kan hij dan toch gedacht hebben dat zijn analyse adequaat is en haar hebben opgenomen in de Tractatus, dat boek vol "unantastbare und definitive" (Wittgenstein 1921: 186) waarheden?

De oplossing is simpel: "A gelooft dat p" maakt geen inbreuk op het principe van de waarheidsfunctionaliteit omdat het, precies zoals "p" zegt p', geen zin van de taal is. Het is een unsinnige zin, een Scheinsatz, waarin men iets tracht te zeggen wat niet gezegd kan worden; net zoals "p" zegt p' is het een zin die thuishoort in de "laddertaal" (de semantische metataal, die uit unsinnige beweringen bestaat volgens 6.54). (Vgl. onze opmerkingen over hetzelfde punt in § 4.1. Zie Bernstein 1961 en Nesher 1978 voor het begrip "laddertaal".)

Zo blijft de taal gevrijwaard van niet-waarheids-, functionele zinnen. (Men zou kunnen denken dat de metataal dan niet-extensioneel wordt. Maar dat is niet zo; zoals nog zal blijken, kunnen we "A gelooft dat p" in de metataal een zuiver extensionele analyse geven.)

We geven een verdediging van de bewering dat "A gelooft p" volgens Wittgensteins analyse unsinnig is in de volgende paragraaf.

4.6. De "Unsinnigheid" van propositionele attitude toeschrijvingen.

We hebben reeds tweemaal beweerd (§ 4.1, § 4.5) dat propositionele attitude toeschrijvingen volgens Wittgensteins analyse unsinnig zijn. Dit is echter een bewering waarmee niet alle commentatoren het eens zijn; zo beweert Anscombe (1974) het tegendeel.

We hebben de volgende argumenten voor onze interpretatie.

1. Niet voor niets vergelijkt Wittgenstein "A gelooft dat p" met "'p" zegt p', het voorbeeld par excellence van Unsinn. (Immers, een zin toont zijn Sinn (4.022) en men kan daarom niet in de taal zeggen wat zijn Sinn is (4.121. Vgl. hierboven, § 4.3.)

2. "p" treedt in "A gelooft dat p" niet waarheidsfunctioneel op, ook niet volgens Wittgensteins analyse; daarom kan de laatste zin geen element van de taal zijn. (Zie § 4.5.)

3. "A gelooft dat p" is volgens Wittgenstein equivalent aan 'Er bevindt zich een beeld p* onder de serie feiten waaruit A bestaat, z.d.d. de Sinn van p* hetzelfde is als de Sinn van "p"'. (De laatste zin is immers de analyse van de eerste.) De laatste zin kan echter nooit tot de taal behoren: want we kunnen niet zeggen wat de Sinn van "p" is. De eerste, equivalente, zin kan dus ook niet tot de taal behoren.

Er is één, interessante, manier waarop we aan dit bezwaar kunnen ontsnappen. We kunnen namelijk zeggen dat Wittgenstein "A gelooft dat p" niet expliciet definieerde in een andere zin, maar dat hij een semantische analyse van de zin gaf. "A gelooft dat p" is niet equivalent aan 'Eén van de feiten waaruit A bestaat representeert de Sinn van "p"'; nee, "A gelooft dat p" zegt dat één van de feiten waaruit A bestaat de Sinn van "p" representeert. Oftewel: "A gelooft dat p" is waar (in een gegeven situatie) dan en slechts dan als één van de feiten waaruit A bestaat (in die situatie) de Sinn van "p" representeert.

De relatie tussen "A gelooft dat p" en "A bevat een beeld p* dat zegt dat p" is, met andere woorden, dezelfde als die tussen p* en "p" in de laatste zin: zoals p* zegt dat p, zo zegt "A gelooft dat p" dat A een beeld p* bevat dat zegt dat p. Zoals p* waar is dan en slechts dan als de situatie bestaat die wordt weergegeven door de zin "p" - d.i. de situatie dat p -, zo is "A gelooft dat p" waar dan en slechts dan als de situatie bestaat die wordt weergegeven door de (niet tot de taal, maar tot de metataal behorende!) zin "A bevat een beeld p* dat zegt dat p" - d.i. de situatie dat A een beeld p* bevat dat zegt dat p. (Dit klinkt ingewikkeld, maar is het niet.)

In het licht van deze semantische interpretatie is het ietwat misleidend om te zeggen dat "A gelooft p" qua vorm analoog is aan "'p" zegt p'. Dit is wel juist, maar er is sprake van een indirecte weg waarlangs deze verwantschap tot stand komt. Het is minder misleidend om te zeggen dat "A gelooft p" een situatie representeert die qua vorm (gedeeltelijk) analoog is aan "'p" zegt p'.*) De situatie die door de zin "A gelooft p" wordt weergegeven is dat A een gedachte p* bevat z.d.d. p* zegt dat p. Het laatste deel van deze situatie heeft, als het ware, een vorm die analoog is aan die van "'p" zegt p'. "A gelooft p" is slechts indirekt van dezelfde logische vorm, doordat iedere zin de logische vorm van de situatie heeft die hij afbeeldt. "A gelooft p" zegt dat een bepaalde situatie het geval is (bestaat); hij toont (weerspiegelt) hoe de situatie is als hij waar is; hij is waar als de situatie inderdaad bestaat: en het is deze afgebeelde situatie die qua vorm analoog is aan "'p" zegt p'.

Deze semantische interpretatie lijkt aantrekkelijk; toch is ze niet in overeenstemming met de rest van de Tractatus.

*) Wat "A gelooft p" zegt, is analoog aan "'p" zegt p'.

Klopt niet.

i) Zoals we al in het eerste hoofdstuk hebben gezien, wordt de wereld volledig beschreven door van alle elementaire zinnen aan te geven of ze waar dan wel onwaar zijn. (TLP 4.26) Dit geldt nu niet meer; twee werelden kunnen nu immers overeenstemmen wat alle elementaire zinnen betreft, maar verschillende geloofszinnen waar maken. Anders gezegd (vergelijk ons commentaar bij 2.04, 2.06 e.d.): er is geen 1-1 correspondentie meer tussen de verzameling bestaande elementaire situaties en de wereld; want twee werelden kunnen dezelfde elementaire situaties bevatten, maar toch verschillen doordat ze niet dezelfde Sachlagen bevatten die corresponderen met geloofszinnen. (Zoals iedere zin uit de taal, representeren geloofszinnen natuurlijk ook Sachlagen.) De oorzaak van dit fenomeen is natuurlijk dat TLP 5 nu niet meer geldt ("Der Satz ist eine Wahrheitsfunktion der Elementarsätze.") De waarheidswaarde van een geloofszin is onafhankelijk van de waarheidswaarden van elementaire zinnen.

Nu zouden we natuurlijk wel kunnen eisen dat iedere geloofszin een waarheidsfunctie van elementaire zinnen is, een "waarheidsfunctionele vertaling" heeft (d.w.z.: voor iedere geloofszin "p" is er een uit elementaire zinnen opgebouwde zin "q" z.d.d. "q" dezelfde Sinn heeft als "p".) Maar hoe zouden we zo'n "vertaling" in het algemeen moeten uitvoeren? De reden dat we voor een semantische interpretatie kozen, was juist dat we geen waarheidsfunctionele analyse konden geven! (De enige equivalente uitdrukking die ons voor ogen stond, bleek niet tot de taal te behoren, en zelfs als hij daartoe zou behoren, zou het geen waarheidsfunctionele zin zijn.)

ii) Een eenvoudige oplossing voor bovenstaand probleem zou zijn, om zinnen van de vorm "A gelooft ..." óók tot de elementaire zinnen te rekenen. Laten we hen "doxastische elementaire zinnen" noemen, en hun Sinn "doxastische elementaire situaties".

Maar nu komen we voor een ander probleem te staan: doxastische Sachverhalte zoals nu gedefinieerd kunnen namelijk niet onafhankelijk van elkaar zijn. Beschouw bijvoorbeeld de zinnen "A gelooft dat p" en "A gelooft dat --p". Geloven dat p is de Sinn van "p" representeren;



maar de Sinn van "p" is dezelfde als de Sinn van "--p" (4.0621); dus "A gelooft dat p" is equivalent aan "A gelooft dat --p". Altijd als de ene zin waar is, is de andere dat ook. Conclusie: de twee zinnen zijn niet onafhankelijk (in de zin van 5.152); het logische product van de één en de negatie van de ander is een contradictie; het supremum van de Sinn van de één en de Sinn van de negatie van de ander is 1, de onmogelijke situatie; we hebben hier te doen met wederzijds afhankelijke Sachverhalte. Dit is natuurlijk in regelrechte tegenspraak met de Tractatus, waarin Sachverhalte nóóit wederzijds afhankelijk zijn ("tot dezelfde dimensie behoren", zoals Stenius (1964) zou zeggen). Ogenschijnlijke tegenbeelden tegen dit principe worden altijd zorgvuldig ontzenuwd. (Zie bv. TLP 6.3751, Notebooks d.d. 16.8.16, 11.9.16, 8.1.17.)

Het ziet er dan ook naar uit, dat we één van beide principes zullen moeten opgeven, i) of ii). Maar beide nemen zo'n fundamentele plaats in de Tractatus in, dat het wel heel vermetel zou zijn dit alleen op grond van 5.542 te doen. Beter lijkt het, te concluderen dat men de Tractatus hier misinterpreteert en de semantische interpretatie van 5.542 op te geven.

Bovenstaande argumenten laten ons geen andere keuze dan aan te nemen dat propositionele attitude toeschrijvingen volgens de analyse van Wittgenstein als unsinnig moeten worden opgevat. De andere, semantische, interpretatie is eenvoudigweg niet in overeenstemming met wat de rest van de Tractatus beweert.

In onze formalisatie in hoofdstuk vijf zullen we er dan ook toe overgaan deze visie op geloofszinnen als unsinnige uitspraken, die niet tot de taal L, maar tot de metataal waarin wij over de taal en het model spreken, een precieze uitwerking te geven. Onze taal L kan onveranderd blijven; er is geen speciale "geloofsoperator" of iets dergelijks, zoals die in de tegenwoordige doxastische logica (zie appendix) gebruikelijk is,

benodigd. Het verschil tussen de formalisatie zoals wij haar zullen geven en de gebruikelijke doxastische logica is analoog aan het verschil tussen de opvatting van "noodzakelijkheid" als metalinguïstisch predicaat van zinnen, en die van "noodzakelijkheid" als zinsoperator in de objecttaal; zoals Quine (1953) in het eerste geval van "the first grade of modal involvement" spreekt en in het tweede geval van "the second grade of modal involvement", zo zouden we bij ons systeem van "the first degree of doxastic involvement" kunnen spreken, en bij de gebruikelijke systemen à la Hintikka (zie appendix), evenals bij de formalisatie die eerder werd gegeven in Lokhorst (1985), van "the second grade of doxastic involvement" (dikwijls zelfs van de derde graad, wanneer doxastische operatoren in het bereik van quantoren optreden (de re toeschrijvingen)).

Quine acht "noodzakelijkheid" als metalinguïstisch predicaat natuurlijker dan als zinsoperator. Daarentegen is men op het eerste gezicht geneigd de opvatting van geloofstoeschrijvingen als unsinnig, als implausibel, zo niet absurd, te beschouwen. Is zij absurd? Moet zij verworpen worden? Hier zullen we in de volgende paragraaf enige woorden aan wijden.

4.7. Slotopmerkingen over Wittgensteins analyse.

We zullen hier twee opmerkingen maken die de indruk dat Wittgensteins analyse absurd is ietwat zullen verzachten, en tot slot nog op één wellicht nog niet opgemerkte eigenaardigheid willen wijzen in verband met tweede- en hogere-orde geloof.

1. "A gelooft dat p" is unsinnig. Maar dat wil niet zeggen dat we in onze taal (de "objecttaal") geen uitspraken kunnen doen die in zekere zin "even informatief" zijn: want als we aannemen dat iedere situatie beschreven kan worden, zijn er altijd zinnen in L te vinden die dan en slechts dan waar zijn in een gegeven situatie s

als het in s zo is, dat A gelooft dat p. Zo heeft de geloofstoeschrijving als het ware een pendant in L.

Laten we, om dit in te zien, "p" zegt dat p' nogmaals beschouwen. Zoals we hebben gezien (§ 4.3) is deze uitspraak unsinnig, maar noodzakelijkerwijze correct; de uitspraak is volstrekt oninformatief, of zoals wij hebben gezegd, "zinloze onzin". Zo is het met iedere zin van de vorm "p zegt dat q": hij is óf noodzakelijkerwijze juist, óf noodzakelijkerwijze onjuist; en wat van de twee hij is, staat van te voren vast dankzij de conventies van de taal. Zo is het ook in "de verzameling feiten waardoor A in s geconstitueerd wordt bevat een beeld p* dat zegt dat p". Het "business-part" van de ascriptie wordt dus eigenlijk ten onrechte het "business-part" genoemd; dit gedeelte is juist het oninformatieve gedeelte, omdat zijn correctheid of incorrectheid al bij voorbaat vaststaat. Het is alleen maar een hulpmiddel om aan te geven welke beelden er in de verzameling feiten die A in s vormen voorkomen. Deze worden beschreven via hun Sinn.

Maar stel nu, dat we ieder feit kunnen beschrijven; dan is er nog een andere manier om aan te geven welke beelden er in de verzameling feiten die A in s constitueren zitten: we kunnen ze dan namelijk beschrijven. We kunnen een beschrijving van ze geven in plaats van ze via hun Sinn te specificeren. En omdat een beeld de Sinn die het heeft noodzakelijkerwijze heeft, is er een 1-1 correspondentie tussen de twee procedures. Het voegt niets toe om te zeggen dat het beeld die-en-die Sinn heeft; dat stond al bij voorbaat vast. We kunnen net zo goed een serie beschrijvingen van feiten geven (namelijk de feiten die A in s constitueren) als een serie geloofstoeschrijvingen. Maar merk op, dat dit onnauwkeurig is uitgedrukt: want het eerste kunnen we wel doen in de taal, het tweede niet. Het eerste kunnen we zeggen; de rest (welke Sinn de betreffende feiten hebben, de "inhoud van het geloof") "toont zich dan vanzelf". Datgene in

"Er is een beeld p* in de verzameling die A constitueert dat zegt dat p" wat deze uitspraak tot zinvolle (d.i.: niet noodzakelijk correcte) onzin maakt (i.t.t. "p" zegt dat p'), namelijk de (niet-noodzakelijk correcte) bewering dat het beeld p* in de desbetreffende verzameling voorkomt, is uitdrukbaar in de taal; de rest is niet uitdrukbaar, maar voegt als het ware niets nieuws toe. De taal blijft niet in gebreke. (Precieze uiteenzetting: § 5.3.)

Een goed idee van het waarheidsfunctionele pendant van een geloofstoeschrijving wordt door Russell (1940: 256-7) gegeven.

For the present I wish [...] to consider whether such sentences as 'A believes p' can, in a suitable language, be expressed within the hierarchy of atomic, molecular, and generalized sentences. [...]

The question is: can we interpret 'A believes p' so that p does not appear as a subordinate complex?

For 'p' let us [...] take 'B is hot'. We agreed in an earlier chapter that to say A believes this is to say that he is in one of a number of describable states, all of which have something in common. One of such states is that in which A exclaims 'B is hot!', but there is no reason to suppose that any words are necessarily present to A when he is believing that B is hot.

To say 'A exclaims "B is hot!"' is to assert a series of movements in A's speech-organs; this is a purely physical occurrence, which can be completely described without introducing any subordinate complex. It would seem that every other state of A which is a believing that B is hot could be similarly described.

Wellicht komt het doordat Wittgensteins analyse van geloofszinnen als "unsinnig" de indruk wekt dat er interessante feiten in de wereld zijn die nu niet meer beschreven kunnen worden, dat zijn analyse als implausibel overkomt; maar deze indruk blijkt dus niet terecht te zijn. Wellicht hebben we hiermee één bron van

onbehagen ten aanzien van zijn analyse weggenomen. (Zie over deze vraagstukken ook Sellars 1953.)

2. Niet alleen is de zin "p* representeert s", als hij correct is, noodzakelijkerwijze correct; het is ook een uitspraak van een oninteressant soort. Wat een beeld afbeeldt staat immers bij conventie vast. "That this inkpot is on this table may express that I sit in this chair." (Notes on Logic, 97(1).) "Alles kann ein Bild von allem sein." (1969: S. 163, Nr. 113; hier eist Wittgenstein zelfs geen corresponderende vorm meer.) Er is niets "in de werkelijkheid", niets dat toegankelijk is voor bijvoorbeeld wetenschappelijk onderzoek, dat met de betrekking "beeld-afgebeelde" correspondeert; we zijn hier op het terrein van de volstreekte willekeur beland.

Dit werpt de interessante vraag op: horen toeschrijvingen van propositionele inhouden van overtuigingen, gezien het bovenstaande, wel thuis in de wetenschap? Als de ene onderzoeker een (bijvoorbeeld neurofysiologische) beschrijving geeft van het representatieve deel van een persoon, en een andere onderzoeker een andere, kan men met behulp van empirisch onderzoek in principe uitmaken wiens opvattingen de ware zijn; maar als zij van mening verschillen over de inhoud van de representaties, hoe moet men dan uitmaken wie gelijk heeft? Misschien kennen zij Sinne op dezelfde manier aan representatieve systemen toe, en verschillen zij van mening over feitelijke kwesties inzake deze systemen; maar het kan ook zijn dat hun conventies verschillen. Hoe moeten we erachter komen welk van beide mogelijke oorzaken van hun meningsverschil de werkelijke is? Moeten we, om de tweede mogelijkheid uit te sluiten, eerst bij decreet de nodige bindende conventies uitvaardigen, alvorens met ons onderzoek te beginnen? Maar hoe zouden we dit moeten doen? Dit zou toch ook tenminste de eerste soort van beschrijving vooronderstellen; men kan niet zeggen welk beeld welke Sinn heeft zonder beelden te kunnen beschrijven. Er ligt hier een onuitputtelijke bron van vruchteloze problemen; is het juist geen voordeel van de Tractatus-theorie dat toeschrijvingen van propositionele inhouden bij voorbaat worden uitgesloten?

3. Tenslotte willen we nog op de volgende consequentie van de theorie wijzen: als geloofstoeschrijvingen tot de metataal behoren, behoren tweede-orde geloofstoeschrijvingen (geloofstoeschrijvingen van geloofstoeschrijvingen zoals "Jan gelooft dat Piet gelooft dat het regent") tot een metataal van de metataal. We belanden hier meteen bij een aftelbaar oneindige hiërarchie van metatalen zoals Russell al beschreef in het voorwoord van de Tractatus, en zoals Brian Skyrms onlangs gebruikte bij zijn metalinguïstische analyse van S5-noodzakelijkheid (Skyrms 1978). Wellicht kunnen we iets dergelijks doen in de context van het model dat we in het volgende hoofdstuk zullen presenteren; we zullen in dat hoofdstuk echter geen aandacht aan deze kwestie besteden.

4.8. Historische notitie: de "complexiteit van de ziel" in de negentiende-eeuwse psychologie.

Om de bespreking van Wittgenstein's theorie van de propositionele attitudes te completeren, willen we tenslotte nog even de vraag aanroeren of Wittgenstein de psychologie van zijn tijd niet te snel als "oppervlakkig" veroordeelt. In 5.5421 luidde het:

Dies zeigt auch, daß die Seele - das Subjekt, etc. - wie sie in der heutigen oberflächlichen Psychologie aufgefaßt wird, ein Unding ist.
Eine zusammengesetzte Seele wäre nämlich keine Seele mehr.

Wanneer men echter enige in Wittgenstein's tijd beroemde psychologische werken doorbladert, vinden we daar regelmatig een verkondiging van hetzelfde standpunt dat de ziel "zussammengesetzt" is, soms zelfs in gelijkkluidende bewoordingen. Het is dan ook de vraag welke "oppervlakkige" literatuur Wittgenstein op het oog gehad kan hebben.

Brentano. "Einheit, nicht Einfachheit des Bewußtseins."
(Brentano 1982, S. 10.)

Idem. "Unsere Untersuchung hat ergeben, daß, wo immer eine Seelentätigkeit besteht, eine gewisse Mannigfaltigkeit und Verwicklung vorhanden ist." "Gehört, wie bei den einfachsten, so auch bei den am meisten zusammengesetzten Zuständen die Gesamtheit der psychischen Erscheinungen einem Dinge an?" (Brentano 1874, S. 221, 223.)

Cornelius. "Gemäß den vorigen Betrachtungen ist vor allem festzustellen, daß das Gegebene zu einer beliebigen Zeit unseres Lebens niemals, wie die üblichen Beispiele vermuten lassen könnten, ein Einfaches, sondern stets ein Zusammengesetztes ist." (Cornelius 1903, S. 66.)

Idem. "Wenn wir in den oben genannten Fällen von einer Zusammensetzung unseres gesamten Bewußtseinsinhaltes aus Teilen und von einheitlichen Teilen im Gegensatz zu den daraus gebildeten Mehrheiten sprechen, so führt uns dazu die Erfahrung, daß ...". (Cornelius 1903, S. 173.)

Fechner. "Nun kann man es zuvörderst in Frage stellen, ob nicht Einheit der treffendere Ausdruck für die Natur der Seele sei, als Einfachheit, und diese Frage scheint mir zu bejahen." (Fechner 1860, S. 409.)

Wundt. "Woher schöpft man die Überzeugung, daß die Seele ein einfaches Wesen sei? Augenscheinlich aus dem einheitlichen Zusammenhang der Zustände und Vorgänge unseres Bewußtseins. Für den Begriff der Einheit setzt man also den der Einfachheit. Aber ein einheitliches Wesen ist darum noch durchaus kein einfaches. Auch der leibliche Organismus ist eine Einheit, und doch besteht er aus einer Vielheit von Organen. Hier ist es der Zusammenhang der Theile, welcher die Einheit ausmacht. So treffen wir auch in dem Bewußtsein sowohl successiv wie gleichzeitig eine Mannigfaltigkeit an, die auf eine Vielheit

seiner Grundlage hinweist.

Die Seele ist also eine Einheit. Aber diese Einheit beruht nicht auf der Einfachheit ihrer Substanz, sondern vermuthlich auf einem Zusammenhang vieler einfacher Wesen. [...] Nicht als einfaches Sein, sondern als geordnete Einheit vieler Elemente ist die menschliche Seele was Leibniz sie nannte: ein Spiegel der Welt." (Wundt 1874, S. 862-3.)

Idem. "Die unmittelbaren Erfahrungsinhalte, die den Gegenstand der Psychologie bilden, sind unter allen Umständen Vorgänge von zusammengesetzter Beschaffenheit." "Da alle psychischen Erfahrungsinhalte von zusammengesetzter Beschaffenheit sind, so sind psychische Elemente im Sinn absolut einfacher und unzerlegbarer Bestandteile des psychischen Geschehens die Erzeugnisse einer Analyse und Abstraktion, die nur dadurch möglich wird, daß die Elemente tatsächlich in wechselnder Weise verbunden sind." (Wundt 1907, S. 30-31, 34.)

(Zie over dit onderwerp ook Bergmann 1952.)

5. PROPOSITIONELE ATTITUDEN EN HET GEGENSTÄNDE-PLUS-SACHLAGEN MODEL.

5.1. Het model.

Een Gegenstände-plus-Sachlagen model waaraan zich de toeschrijving van propositionele attituden laat illustreren is een tredecupel

$$(G, SV, \underline{s}, E, EB, B, N, EL, L, w_0, d, \underline{s}, A),$$

waarvan de eerste twaalf elementen voldoen aan eisen #1 - #20 van § 3.1 en bovendien geldt dat

#21. A is een functie met domein S z.d.d. $A(s) \subseteq L$ en $p \in A(s) \Rightarrow \underline{s}(p) \leq s$.

5.2. Toelichting.

Een persoon is geen Gegenstand maar een functie van de verzameling situaties naar de machtsverzameling van de verzameling situaties;* door welke verzameling situaties een persoon in een gegeven situatie wordt geconstitueerd, hangt van de situatie af. We nemen aan dat ieder van deze situaties kan worden beschreven in L. (Een persoon is een verzameling "describable states" - Russell 1940. Zie § 4.7.) A(s) is de verzameling zinnen die in situatie s waar zijn "omtrent persoon A". Anders gezegd: A(s) is de verzameling zinnen waarin informele uitspraken over persoon A in s moeten worden "geanalyseerd" (zoals we hebben gezien, is hier geen sprake van logische analyse) om iets te kunnen zeggen "over persoon A (in s)" in de taal L. (Een term corresponderend met "persoon A" komt in L niet voor.) De (ware) zinnen in A(s) zijn de "vertaling" in L van de ware informele uitspraken over persoon A in s. We kunnen A beschouwen als een "pseudo-naam" (zie § 4.5); de "extensie" van A in s is $\{\underline{s}(p): p \in A(s)\}$, de "intensie" van A is $\{\{\underline{s}(p): p \in A(s)\}_{s \in S}\}$. * (We identificeren een pseudo-

* We kunnen hier van een "pseudo-Gegenstand" spreken.

naam hier dan met de verschillende verzamelingen zinnen waarvan hij in verschillende situaties een "afkorting" vormt, d.w.z. met een functie $f: S \rightarrow \mathcal{P}(L)$. Vgl. § 4.5.)

5.3. Geloofstoeschrijvingen.

1. Geloofstoeschrijvingen vinden plaats in de meta-taal, niet in L. We zeggen dat A gelooft dat p (in s) dan en slechts dan als $\exists q \in A(s): \underline{s}(q) \in B$ en $\underline{s}(\underline{s}(q)) = \underline{s}(p)$. In woorden: A gelooft dat p (in s) d.e.s.d.a. er zich onder de situaties die A in s constitueren een beeld bevindt dat de situatie representeert die door "p" wordt beschreven.

We zeggen dat A gelooft dat p (simpliciter) d.e.s.d.a. A gelooft dat p in w_0 . Oftewel: A gelooft dat p d.e.s.d.a. één van de feiten (!) die A in w_0 constitueren een beeld is dat zegt dat p.

2. Zij $|p| = \{q \in L: \underline{s}(q) \in B \text{ en } \underline{s}(\underline{s}(q)) = \underline{s}(p)\}$. Het is duidelijk dat A gelooft dat p (in s) d.e.s.d.a. $A(s) \cap |p| \neq \emptyset$. Deze notatie maakt duidelijk dat de correctheid van de geloofstoeschrijving alléén afhangt van A(s). $|p|$ is immers een constante, die niet varieert met s; de waarde van $|p|$ ligt op voorhand vast, bepaald door \underline{s} . De metatalige geloofstoeschrijving is een semantische uitspraak over A(s); zeggen dat A gelooft dat p (in s) is een uitspraak doen over wat de situaties die worden beschreven door A(s) representeren. De correctheid van de toeschrijving wordt volledig bepaald door A(s); in zekere zin voegt de toeschrijving geen nieuwe informatie toe. We kunnen in L evenveel zeggen als wat in de metataal wordt "gezegd"; wat gezegd kan worden, kunnen we zeggen, de rest toont zich vanzelf. (Vgl. § 4.7.)

3. Als A(s) gegeven is, ligt daarmee vast welke geloofstoeschrijvingen juist zijn. Andersom kunnen we de geloofstoeschrijvingen echter ook gebruiken om A(s) gedeeltelijk te specificeren (in het geval dat A(s) nog niet bekend is). Ook in dit geval kunnen we in de metataal echter niet meer doen dan we in L toch al konden. In plaats van te zeggen dat er een beeld q is in de extensie van A in s z.d.d. $\underline{s}(q) = \underline{s}(p)$, kunnen we immers net zo goed de zinnen

q_1, q_2, \dots uit L, die de beelden beschrijven die zeggen dat p,asserteren in s; het laatste kunnen we doen in L. Zo heeft iedere metatalige toeschrijving talige "pendanten" (zie § 4.7, punt 1).

5.4. Tractatus 5.542 geformaliseerd.

1. Twee kleine veranderingen t.o.v. hfdst.3.

- We noemen beeldelementen óók "Gegenstände"; om verrorring te voorkomen: "E-Gegenstände". Dit is in overeenstemming met 3.1431.
- We nemen aan dat alléén elementaire beelden elementaire situaties representeren. (Dit hebben we niet expliciet geëist in § 3.1.)

2. Volgens onze reconstructie geldt:

A gelooft dat p d.e.s.d.a. $\exists q \in A(w_0) : \underline{s}(q) \in B$
en $\underline{s}(\underline{s}(q)) = \underline{s}(p)$.

In woorden:

A gelooft dat p d.e.s.d.a. er zich een beeld q bevindt onder de feiten die A in w_0 constitueren z.d.d. q zegt dat p.

Merk op: "beeld q zegt dat p" heeft dezelfde vorm als "beeld "p" zegt dat p".

Tractatus 5.542:

Es ist aber klar, daß "A glaubt, daß p" [...] von der Form "'p' sagt p" [ist].

3. Laat "p" een elementaire zin zijn. Dan geldt volgens onze analyse, de tweede wijziging t.o.v. hfdst.3 hierboven, #2, #9, #16, #19 van § 3.1:

A gelooft dat p d.e.s.d.a. $\exists q \in A(w_0) : \underline{s}(q) \in EB$
en $\underline{s}(q) = e_1 \dots e_n$ voor enigerlei $n \geq 2$ en $\underline{s}(p) = x_1 \dots x_n$ en $x_i = d(e_i)$ voor alle $i, 1 \leq i \leq n$.

Merk op: doordat een elementaire zin een concatenatie van twee of meer namen is, moet n, in beeld $e_1 \dots e_n$, groter of gelijk zijn aan 2.

Notes Dictated to Moore (Notebooks, p. 119):

The relation of "I believe p" to "p" can be compared to the relation of "'p" says 'besagt p' to p: it is just as impossible that I should be a simple as that "p" should be.

Vraag: Wat als "p" niet elementair is? Wat is in dat geval de structuur van de representerende elementen in A(s)? Hoe worden niet-elementaire situaties in het algemeen gerepresenteerd? Over deze vraag brak Ramsey zich al het hoofd in zijn bespreking van de Tractatus (1923). Zoals we hebben gezien, geeft Wittgenstein geen antwoord op deze vraag. We zouden kunnen denken aan met de connectieven van de taal corresponderende operaties op beelden; in dit geval worden dit dan "mentale connectieven" à la Gilbert Harman (1973). We hebben deze kwestie hierboven al besproken (§ 3.2 ad #10); we zullen er hier niet opnieuw op in gaan.

4. Laat "p" een ware elementaire zin zijn. Dan is $\underline{s}(p)$ een feit; x_1, \dots, x_n zijn de Gegenstände van dit feit. Ook de variabele q waarover wordt gequantificeerd in onze analyse heeft betrekking op één of meer feiten; iedere zin in $A(w_0)$ is immers waar (#21). Ieder van deze feiten bestaat uit E-Gegenstände e_1, \dots, e_n . De darstellende Beziehung d (evt.: de restrictie van d tot $\{e_1, \dots, e_n\}$, i.v.m. de definitie in § 3.3) koppelt de E-Gegenstände van het laatste soort feiten aan de Gegenstände van het eerste feit (het elementaire feit) vast. Met andere woorden:

Und hier handelt es sich nicht um eine Zuordnung von einer Tatsache und einem Gegenstand, sondern um die Zuordnung von Tatsachen durch Zuordnung ihrer Gegenstände.

Vraag: wat als "p" niet waar is? Dan beschrijft hij geen feit, maar een situatie. Wittgenstein wijst er zelf op dat de situatie dat p niet het geval behoeft te zijn. Philosophische Grammatik S. 142, Nr. 95:

Und wir haben hier das alte Problem, welches wir so ausdrücken möchten: "daß der Gedanke, daß p der Fall ist, nicht voraussetzt, daß es der Fall sei".

In Komplex und Tatsache (juni 1931; Wittgenstein 1964, 301-303; Wittgenstein 1969, 199-201) wijst Wittgenstein erop dat het woord "Tatsache" in het dagelijks leven ook vaak voor niet-bestaande situaties wordt gebruikt. Je zou wel kunnen stipuleren, zo zegt hij, om het woord alleen op die manier te gebruiken, dat het met een ware zin overeenkomt; maar

Es wäre besser, die Einschränkung in dem Gebrauch dieser Wörter fallen zu lassen, da sie nur irreführend wirkt, und ruhig zu sagen: "diese Tat ist nicht begangen worden", "diese Tatsache besteht nicht", "dieses Ereignis ist nicht eingetreten". (1964: 301; 1969: 199.)

In de Tractatus lijkt de auteur zich meestal aan de zojuist genoemde stipulatie te houden; maar in 5.542 lijkt men het woord "Tatsache" beter in zijn zojuist beschreven dagelijkse betekenis te kunnen lezen.

5.5. De ziel.

We definiëren A's "ziel" in s als de verzameling $\{s(p) \in B: p \in A(s)\}$. Het is duidelijk, dat zodra A ook maar iets gelooft in s, zijn ziel in s tenminste één element bevat met een logische multipliciteit groter of gelijk aan 2. (5.5421)

5.6. Adequaatheid van de reconstructie.

Onze formele reconstructie sluit zó nauw bij onze informele interpretatie aan, dat haar adequaatheid ten opzichte van de Tractatus even groot is als de mate waarin de informele interpretatie de Tractatus recht doet; maar dat de laatste hem inderdaad recht doet, zal genoegzaam gebleken zijn uit hoofdstuk vier. We behoeven de adequaatheid van de reconstructie dus niet uitgebreider te onderzoeken.

De enige zwakke punten in de reconstructie zijn de zwakke punten die zij heeft overgenomen uit het Gegenstände-plus-Sachlagen model van hoofdstuk drie; in het bijzonder blijkt weer hoezeer Wittgensteins uiteenzettingen tekort schieten op het gebied van niet-elementaire Sinne. Hoe worden niet-elementaire situaties in het algemeen gerepresenteerd? Hoe moeten we ons de vorm van niet-elementaire beelden voorstellen? En, hiermee direct corresponderend, hoe kan iemand geloven dat p, waar "p" geen elementaire zin is? Er is hier duidelijk sprake van onderdeterminatie; wellicht kunnen de wél aanwezige, summiere opmerkingen op meerdere manieren tot, onderling gelijkelijk adequate, reconstructies worden uitgebreid die het antwoord op deze vragen niet verschuldigd blijven. Dat onze reconstructie goed aansluit op de passages over elementaire Sinne en, hiermee corresponderend, het geloven van elementaire zinnen, zal echter waarschijnlijk niemand willen ontkennen.

Het is geen gebrek van onze reconstructie dat we de desbetreffende passages niet in de Tractatus kunnen terugvinden; het is juist één van haar verdiensten, dat ze ons hierop attent maakt. Door haar met de Tractatus te vergelijken, krijgen we – eindelijk – een goed beeld van wat er niet in

staat, maar erin had behoren te staan. Dit kan van de meeste vage parafrases die tegenwoordig voor verklaringen doorgaan natuurlijk niet worden gezegd; daarin wordt álles "verklaard", álles "begrepen", álles met de mantel der liefde toegedekt. We geloven dan ook zeker met onze reconstructie, ook al is zij niet "unantastbar und definitiv", te hebben laten zien dat het zinvol is om de Tractatus in moderne formele termen te analyseren.

LITERATUUR.

- ALLAIRE, E.B. (1963) "The 'Tractatus': Nominalistic or Realistic?" Repr. in I.M. Copi and R.W. Beard, eds. (1966), pp. 325-341.
- ANSCOMBE, G.E.M. (1974) An Introduction to Wittgenstein's Tractatus. 4th ed. London: Hutchinson.
- BERGHEL, H.L. (1978) "Harman's Tractarian Thoughts". In E. and W. Leinfellner, H.L. Berghel, A. Hübner, eds. (1978), 151-155.
- BERGHEL, H.L., HÜBNER, A., KÖHLER, E., eds. (1979) Procs. 3rd International Wittgenstein Symposium (1978). Vienna: Hölder-Pichler-Tempsky.
- BERGMANN, G. (1952) "The Problem of Relations in Classical Psychology". Repr. in G. Bergmann (1967), The Metaphysics of Logical Positivism. 2nd ed. Madison (Wisconsin) etc.: The University of Wisconsin Press; pp. 277-299.
- BERNSTEIN, R.J. (1961) "Wittgenstein's Three Languages". Repr. in I.M. Copi and R.W. Beard, eds. (1966), pp. 231-247.
- BLACK, M. (1964) A companion to Wittgenstein's "Tractatus". Ithaca (New York): Cornell University Press.
- BLACKWELL, K. (1981) "The Early Wittgenstein and the Middle Russell". In Block, I., ed. (1981), 1-30.
- BLOCK, I., ed. (1981) Perspectives on the Philosophy of Wittgenstein. Oxford: Basil Blackwell.

- BRENTANO, F. (1874) *Psychologie vom empirischen Standpunkt*, I. Hamburg: Felix Meiner, 1973.
- BRENTANO, F. (1982) *Deskriptive Psychologie*. Aus dem Nachlaß herausgegeben und eingeleitet von R.M. Chisholm und W. Baumgartner. Hamburg: Felix Meiner.
- CARNAP, R. (1956) *Meaning and Necessity: A Study in Semantics and Modal Logic*. 2nd ed. Chicago, etc.: University of Chicago Press, 1958. (Phoenix Edition.)
- CHELLAS, B.F. (1980) *Modal Logic: An Introduction*. Cambridge: Cambridge University Press.
- CLARK, R. (1976) "Old Foundations for a Logic of Perception". *Synthese* 33: 75-99.
- COPI, I.M. (1958) "'Tractatus' 5.542". Repr. in I.M. Copi and R.W. Beard, eds. (1966), pp. 163-165.
- COPI, I.M., BEARD, R.W., eds. (1966) *Essays on Wittgenstein's Tractatus*. London: Routledge and Kegan Paul.
- CORNELIUS, H. (1903) *Einleitung in die Philosophie*. Leipzig: B.G. Teubner.
- CZERMAK, J. (1978) "The Reducibility of a Logical Space with Many-Valued Dimensions". In E. and W. Leinfellner, H.L. Berghel, A. Hübner, eds. (1978), 171-173.
- CZERMAK, J. (1979) "Ein mengentheoretisches Modell der Tractatus-Ontologie". In H.L. Berghel, A. Hübner, E. Köhler, eds. (1979), 162-164.
- FECHNER, G.T. (1860) *Elemente der Psychophysik*, II. 3. unveränderte Aufl. Leipzig: Breitkopf und Härtel, 1907.

- FIELD, H. (1978) "Mental Representation". *Erkenntnis* 13: 9-61.
- GRIFFIN, J. (1964) *Wittgenstein's Logical Atomism*. Oxford: Oxford University Press.
- HALLER, R., GRASSL, W., eds. (1980) *Procs. 4th International Wittgenstein Symposium (1979)*. Vienna: Hölder-Pichler-Tempsky.
- HARMAN, G. (1973) *Thought*. Princeton: Princeton University Press.
- HERTZ, H. (1894) *Die Prinzipien der Mechanik in neuem Zusammenhange dargestellt*. Leipzig: Johann Ambrosius Barth (Arthur Meiner). (Gesammelte Werke von Heinrich Hertz, Band III.)
- HINTIKKA, J. (1958) "On Wittgenstein's 'Solipsism'". Repr. in I.M. Copi and R.W. Beard, eds. (1966), pp. 157-161.
- HINTIKKA, J. and M.B. (1983) "Some Remarks on (Wittgensteinian) Logical Form". *Synthese* 56: 155-170.
- KENNY, A. (1973) *Wittgenstein*. Harmondsworth: Penguin, 1975.
- KENNY, A. (1981) "Wittgenstein's Early Philosophy of Mind". In Block, I., ed. (1981), 140-147.
- KUTSCHERA, F. von. (1976) *Einführung in die intensionale Semantik*. Berlin, etc.: Walter de Gruyter.
- LEINFELLNER, E. and W., BERGHEL, H.L., HÜBNER, A., eds. (1978) *Procs. 2nd International Wittgenstein Symposium (1977)*. Vienna: Hölder-Pichler-Tempsky.

- LOKHORST, G.J.C. (1985) "A Formalization of Wittgenstein's Early Theory of Belief". To appear in R. Chisholm et al., eds. (1985) Procs. 9th International Wittgenstein Symposium (1984).
- MENGER, K. (1980) "Language and Mathematics". In R. Haller, W. Grassl, eds. (1980), 21-26.
- MUDERSBACH, K. (1978) "A Tentative Axiomatization of the Ontology of the Tractatus". In E. and W. Leinfellner, H.L. Berghel, A. Hübner, eds. (1978), 159-161.
- NESHER, D. (1978) "The Nature and the Function of 'Elucidations' in Wittgenstein's Tractatus". In E. and W. Leinfellner, H.L. Berghel and A. Hübner, eds. (1978), 142-146.
- PAVIČIĆ, M. (1979) "A Mapping of Wittgenstein's Tractatus into the Vienna Circle's Models". In H.L. Berghel, A. Hübner, E. Köhler, eds. (1979), 203-205.
- PEARS, D.F. (1967) Bertrand Russell and the British Tradition in Philosophy. London: Collins.
- PEARS, D. (1979) "Wittgenstein's Picture Theory and Russell's Theory of Knowledge". In H.L. Berghel, A. Hübner, E. Köhler, eds. (1979), 101-107.
- QUINE, W.V.O. (1953) "Three Grades of Modal Involvement". In Procs. 9th Int. Congress in Philos., Brussels: 65-81.
- RAMSEY, F.P. (1923) "Review of 'Tractatus'". Repr. in I.M. Copi and R.W. Beard, eds. (1966), pp. 9-23.
- RIŠKA, A. (1979) "Wittgenstein and the Problem of Naming" In Berghel, Hübner, Köhler, eds. (1979), 125-7.

- RUSSELL, B. (1910) Philosophical Essays. London: Allen and Unwin, 1966.
- RUSSELL, B. (1913) Theory of Knowledge: The 1913 Manuscript. Ed. by E.R. Eames and K. Blackwell. London: Allen and Unwin, 1984.
- RUSSELL, B. (1921) The Analysis of Mind. London: George Allen and Unwin; New York: Humanities Press.
- RUSSELL, B. (1922) "Introduction" in Wittgenstein (1922).
- RUSSELL, B. (1940) An Inquiry into Meaning and Truth. Harmondsworth: Penguin, 1973.
- SELLARS, W. (1953) "A Semantical Solution of the Mind-Body Problem". Methodos 5, 45-82.
- SELLARS, W. (1974) "Ontology and the Philosophy of Mind in Russell". In G. Nakhnikian, ed. (1974), Bertrand Russell's Philosophy. London: Duckworth; pp. 57-100.
- SKYRMS, B. (1978) "An Immaculate Conception of Modality". Journal of Philosophy 75, 368-387.
- SOMMERVILLE, S.T. (1980) "Wittgenstein to Russell (July, 1913): 'I Am Very Sorry to Hear ... My Objection Paralyzes You'.". In R. Haller, W. Grassl, eds. (1980), 182-187.
- STEGMÜLLER, W. (1966) "Eine modelltheoretische Präzisierung der Wittgensteinschen Bildtheorie". Notre Dame Journal of Formal Logic 7: 181-195.
- STENIUS, E. (1960) Wittgenstein's Tractatus: A Critical Exposition of Its Main Lines of Thought. Oxford: Basil Blackwell. Repr. Westport (Conn.): Greenwood Press, 1981.

- STOCK, G. (1974) "Wittgenstein on Russell's Theory of Judgment".
In Vesey, G., ed. (1974) Understanding Wittgenstein.
London: Macmillan, pp. 62-75.
- SUSZKO, R. (1968) "Ontology in the Tractatus of L.
Wittgenstein". Notre Dame Journal of Formal Logic
9: 7-33. Translation of R. Suszko (1968):
"Ontologia w Traktacie L. Wittgensteina".
Studia Filozoficzne 1 (52): 97-120.
- URMSON, J.O. (1956) Philosophical Analysis. Oxford: Basil
Blackwell.
- VAN FRAASSEN, B.C. (1969) "Facts and Tautological Entailments".
Journal of Philosophy 66, 477-487.
- WHITEHEAD, A.N., RUSSELL, B. (1927) Principia Mathematica
to *56. Cambridge: Cambridge University Press, 1962.
(Paperback ed. of part of 2nd ed. of P.M.)
- WITTGENSTEIN, L.J.J. (1921) "Logisch-philosophische
Abhandlung". Annalen der Naturphilosophie
14: 185-262.
- WITTGENSTEIN, L.J.J. (1922) Tractatus Logico-
Philosophicus. With an Introduction by
Bertrand Russell. London: Kegan Paul, Trench,
Trubner and Co., Ltd.
- WITTGENSTEIN, L.J.J. (1964) Philosophische Bemerkungen.
Frankfurt a.M.: Suhrkamp, 1981.
- WITTGENSTEIN, L.J.J. (1969) Philosophische Grammatik. Frankfurt
a.M.: Suhrkamp, 1973.
-

- WITTGENSTEIN, L.J.J. (1979) Notebooks 1914-1916.
Second Edition. Oxford: Basil Blackwell.
- Bevat: 1. Notebooks 1914-1916.
2. Notes on Logic (1913).
3. Notes Dictated to G.E. Moore in
Norway (April 1914).
4. Extracts from Wittgenstein's Letters
to Russell, 1912-1920.
- WOLNIEWICZ, B. (1968) Rzeczy i fakty. Warszawa:
Państwowe Wydawnictwo Naukowe.
- WOLNIEWICZ, B. (1979) "A Wittgensteinian Semantics for
Propositions". In C. Diamond and J. Teichman,
eds. (1979), Intention and Intentionality.
Brighton: Harvester Press; pp. 165-178.
- WOLNIEWICZ, B. (1982) "A Formal Ontology of Situations".
Studia Logica 41: 381-413.
- WOLNIEWICZ, B. (1983) "Logical Space and Metaphysical
Systems". Studia Logica 42: 269-284.
- WUNDT, W. (1874) Grundzüge der physiologischen Psychologie.
Leipzig: Wilhelm Engelmann.
- WUNDT, W. (1907) Grundriss der Psychologie. Achte,
verbesserte Auflage. Leipzig: Wilhelm Engelmann.
- Over Boole-algebra:
- MENDELSON, E. (1970) Boolean Algebra and Switching Circuits.
New York, etc.: McGraw-Hill.
- SIKORSKI, R. (1969) Boolean Algebras. 3rd ed. Berlin:
Springer.

APPENDIX: NIET-KLASSIEKE DOXASTISCHE LOGICA.

0. Inleiding.

De "mogelijke-werelden semantiek" - de onderneming om de betekenissen van zinnen te expliceren in termen van het begrip "mogelijke wereld" - heeft een hoge vlucht genomen na de vroege activiteiten van met name Carnap (veertiger jaren) op dit gebied. Zoals we hebben gezien, ontleende Carnap zijn idee van een "mogelijke wereld" ("state-description") op zijn beurt weer gedeeltelijk aan de Tractatus.

Ook geloofszinnen hebben een semantische explicatie gekregen in termen van "mogelijke werelden". Vermelding verdient hier vooral het boek "Knowledge and Belief" van Hintikka (1962). In tegenstelling tot de analyse die we in het vorige hoofdstuk hebben gegeven, zijn moderne logica's van geloofszinnen in de "mogelijke werelden" traditie nagenoeg altijd (altijd?) voorbeelden van de tweede of derde graad van "doxastic involvement" (zie § 4.6 voor uitleg van dit begrip): zij maken gebruik van sententiële operatoren, die van zinnen geloofszinnen maken. (Bij ons was "A gelooft dat p" geen zin uit de taal.) (Zie voor een overzicht van doxastische logica's: Lenzen 1978.)

In onderstaande twee opstellen zullen we twee manieren laten zien om aan een bepaalde tekortkoming van de gebruikelijke doxastische logica's in de mogelijke werelden traditie te ontkomen. Deze tekortkoming is dat zij nagenoeg altijd klassiek zijn.

Een doxastische logica is per definitie klassiek dan en slechts dan als zij gesloten is onder de afleidingsregel RE: $\vdash p \leftrightarrow q \Rightarrow \vdash Bp \leftrightarrow Bq$, en de axioma's van de klassieke propositiecalculus bevat. (Chellas 1980, p. 231.) Hier is "B" de geloofsoperator; " \leftrightarrow " staat voor materiële coïmplicatie; " \vdash " staat voor "het is bewijsbaar dat" (in het formele systeem onder beschouwing). Hoe we "Bp" moeten lezen, zullen we nog zien.

Wat is het bezwaar tegen RE?

1. Laten we "B" lezen als "... (een willekeurig persoon) gelooft dat". [Een theorema dat direct door de regel wordt opgeleverd, is $B(p \& \neg p) \rightarrow Bq$, waar q een willekeurige zin is. M.a.w.: wie een contradictie gelooft, gelooft quodlibet. Maar vele mensen hebben tegenstrijdige overtuigingen, zonder daardoor meteen alles te geloven. Dit doet RE onaanvaardbaar lijken. Misschien is een dergelijke logica toepasselijk voor perfecte klassieke logici, maar niet voor gewone, imperfecte personen.

[En aannemen dat $B(p \& \neg p) \rightarrow Bq$ is $(Bp \& B\neg p) \rightarrow Bq$].

In ons eerste opstel geven we een alternatieve benadering; onze benadering bestaat eruit om als niet-doxastische basis-logica een andere logica dan de klassieke logica te kiezen. Een theorema als $(p \& \neg p) \rightarrow q$ komt niet voor in de tegenwoordige zogenaamde "paraconsistente" (d.i.: inconsistentie-tolererende) logica's; daarom hebben we in ons eerste systeem zo'n paraconsistente logica als uitgangspunt genomen, en wel het elegante systeem van Asenjo en Tamburino (1975). We presenteren het systeem slechts als voorbeeld van de constructie van een paraconsistente doxastische logica; we zullen het systeem van Asenjo en Tamburino zelf niet verdedigen.

Deze benadering vormt een antwoord op de kritiek betreffende het principe dat ^{dat} geloven van een inconsistentie ~~niet gelijk staat aan (equivalent is met)~~ het geloven van quodlibet. ^{impliciet} Daarmee is echter nog niet aan alle kritiek beantwoord; op dit specifieke punt is de logica wellicht een betere oplossing dan sommige andere voorgestelde alternatieven (zie D3), maar er is nog een ander aspect aan de zaak. Hier komen we bij ons tweede bezwaar.

2. We kunnen "B" ook lezen als "het is rationeel om te geloven dat". Onder deze lezing heeft RE een zekere plausibiliteit. Het is rationeel om alles wat bewijsbaar equivalent is aan wat je gelooft, ook te geloven.

Dan komen we echter een tweede bezwaar tegen: want we hebben hier wel met een heel beperkte, eenzijdige, parochiale, chauvinistische visie op rationaliteit te maken. Waarom zouden de overtuigingen van iedereen zich moeten houden aan de niet-doxastische principes die wij geldig achten in de beschrijving van de wereld, aan de principes waaraan onze theorieën voldoen? Waarom niet evenzovele vormen van rationaliteit onderkend als er logica's zijn? Waarom zouden we niet meerdere noties van rationaliteit introduceren, bijvoorbeeld "het is, vanuit intuïtionistisch standpunt gezien, rationeel om te geloven dat", e.d.?

Dit is de gedachtengang die ons in het tweede opstel van deze appendix bracht tot het opstellen van een liberale, pluralistische, "hybride" doxastische logica. Hierin onderscheiden we vier vormen van rationeel geloof, corresponderend met de drie beroemdste logische systemen (klassieke en intuïtionistische logica, en de 3-waardige logica van Łukasiewicz) en met een paraconsistent systeem (in dit geval, terwille van de variatie, een systeem van Arruda). Om in termen van de Tractatus te spreken, introduceren we hier, semantisch gezien, meerdere "logische ruimten", corresponderend met verschillende logica's; en iedere perfect scherpzinnige aanhanger van een verschillend logisch systeem representeert een Sinn (verzameling mogelijke werelden) die element is van een verschillende logische ruimte. Zoveel hoofden, zoveel Sinne.

Tot zover deze vluchtige schets van de inhoud van de twee opstellen; de details zullen vanzelf duidelijk worden.

De opstellen zijn in het Engels geschreven omdat ze ter commentaar zijn voorgelegd aan enige buitenlandse logici. Het leek een zinloze verspilling van tijd en moeite te zijn om ze in het Nederlands te vertalen.

1. Paraconsistente doxastische logica.

The following doxastic logic is an extension of the paraconsistent logic of Asenjo and Tamburino (1975).

"□" stands for the doxastic operator. Like Asenjo and Tamburino, we begin by presenting the semantics.

A. SEMANTICS.

A three-valued Kripke-model is a triple $\langle W, R, V \rangle$, where W is a set (of "possible worlds"), R is a binary relation on W , and V is a valuation, i.e., a function assigning to each atomic statement and each element of W a value from $3 = \{0, 1, 2\}$.

A_1, A_2, \dots are atomic statements taking only the values 0 or 1.

B_1, B_2, \dots are atomic statements taking only the value 2.

I , the interpretation function, extends V to all statements.

I is defined as follows.

$$I(A_i, w) = V(A_i, w). \quad I(d_i, w) \in \{0, 1\}$$

$$I(B_i, w) = V(B_i, w) = 2. \quad I(\mathcal{B}_i, w) \in \{0, 1, 2\}$$

$$I(\mathcal{B}_1 \supset \mathcal{B}_2, w) \quad \mathcal{B}_1 \& \mathcal{B}_2 \quad \mathcal{B}_1 \vee \mathcal{B}_2$$

		$I(\mathcal{B}_2, w)$		
		0	1	2
$I(\mathcal{B}_1, w)$	0	0	1	2
	1	0	0	0
	2	0	1	2

		\mathcal{B}_2		
		0	1	2
\mathcal{B}_1	0	0	1	2
	1	1	1	1
	2	2	1	2

		\mathcal{B}_2			
		0	1	2	
\mathcal{B}_1	0	0	0	0	
	1	1	0	1	2
	2	0	2	2	

\mathcal{B}_1	$\neg \mathcal{B}_1$
0	1
1	0
2	2

$I(\Box \mathcal{B}_1, w) = 0$ iff $\forall w' (w R w' \Rightarrow I(\mathcal{B}_1, w') = 0)$;
 $I(\Box \mathcal{B}_1, w) = 1$ iff $\exists w' (w R w' \text{ and } I(\mathcal{B}_1, w') = 1)$;
 $I(\Box \mathcal{B}_1, w) = 2$ otherwise.

(Compare Rescher (1969: 204-5) and Schotch et al. (1978: 67) for the latter clause.)

Definition: \mathcal{B}_1 is valid iff in all models, for all w , $I(\mathcal{B}_1, w) \neq 1$.

B. AXIOMATIZATION.

\mathcal{A} -formulas are determined as follows.

C1a. A_1, A_2, \dots are \mathcal{A} -formulas.

C1b. $A_1 \supset A_2, A_1 \& A_2, A_1 \vee A_2, \neg A_1, B_1 \supset A_1$, and $A_1 \supset (A_1 \vee B_1)$ are all \mathcal{A} -formulas.

C2a. If d_1 and d_2 are \mathcal{A} -formulas and \mathcal{B}_1 is any formula, then $\Box d_1, d_1 \supset d_2, d_1 \& d_2, d_1 \vee d_2, \neg d_1, \Box \supset d_1, d_1 \supset (d_1 \vee \mathcal{B}_1), \neg d_1 \supset \neg(d_1 \& \mathcal{B}_1)$, are \mathcal{A} -formulas.

C2b. If $\neg \mathcal{B}_1$ is an \mathcal{A} -formula, then $\Box \mathcal{B}_1$ is an \mathcal{A} -formula.

C3a. Axiom M3 is an \mathcal{A} -formula.

C3b. Theorems inferred from \mathcal{A} -formulas by modus ponens are \mathcal{A} -formulas.

Axiom schemes.

- M1. $\mathcal{B}_1 \supset (\mathcal{B}_2 \supset \mathcal{B}_1)$
- M2. $(\mathcal{B}_1 \supset (\mathcal{B}_2 \supset \mathcal{B}_3)) \supset ((\mathcal{B}_1 \supset \mathcal{B}_2) \supset (\mathcal{B}_1 \supset \mathcal{B}_3))$
- M3. $\neg d_1 \supset (d_1 \supset \mathcal{B}_1)$
- M4. $(\mathcal{B}_1 \supset \mathcal{B}_2) \supset ((\neg \mathcal{B}_1 \supset \mathcal{B}_2) \supset \mathcal{B}_2)$
- M5. $\mathcal{B}_1 \supset (\mathcal{B}_2 \supset (\mathcal{B}_1 \& \mathcal{B}_2))$
- M6. $\mathcal{B}_1 \supset (\neg \mathcal{B}_2 \supset \neg(\mathcal{B}_1 \& \mathcal{B}_2))$
- M7a. $\mathcal{B}_1 \supset \neg \neg \mathcal{B}_1$
- M7b. $\neg \neg \mathcal{B}_1 \supset \mathcal{B}_1$
- M8a. $\mathcal{B}_1 \& \mathcal{B}_2 \supset \mathcal{B}_1$
- M8b. $\mathcal{B}_1 \& \mathcal{B}_2 \supset \mathcal{B}_2$
- M9a. $\mathcal{B}_1 \supset \mathcal{B}_1 \vee \mathcal{B}_2$
- M9b. $\mathcal{B}_2 \supset \mathcal{B}_1 \vee \mathcal{B}_2$
- M10. $\neg \mathcal{B}_1 \vee \neg \mathcal{B}_2 \supset \neg(\mathcal{B}_1 \& \mathcal{B}_2)$
- M11. $\neg \mathcal{B}_1 \& \neg \mathcal{B}_2 \supset \neg(\mathcal{B}_1 \vee \mathcal{B}_2)$
- M12. $\neg(\mathcal{B}_1 \supset \mathcal{B}_2) \supset (\mathcal{B}_1 \& \neg \mathcal{B}_2)$
- M13. $\neg \mathcal{B}_i \& \mathcal{B}_i$
- M14. $\Box(\mathcal{B}_1 \supset \mathcal{B}_2) \supset (\Box \mathcal{B}_1 \supset \Box \mathcal{B}_2)$
- M15a. $\neg \Box \mathcal{B}_1 \supset \neg \Box(\neg \mathcal{B}_1 \supset (d_1 \& \neg d_1))$
- M15b. $\neg \Box(\neg \mathcal{B}_1 \supset \mathcal{B}_2) \supset \neg \Box \mathcal{B}_1$

Rule schemes. Modus ponens, and $\vdash \mathcal{B}_1 \Rightarrow \vdash \Box \mathcal{B}_1$.

Note that axiom L3b of Asenjo's and Tamburino's system is superfluous: it is derivable from their L9a and L10.

C. SOUNDNESS AND COMPLETENESS.

Theorem: \mathcal{B}_1 is valid iff \mathcal{B}_1 is derivable.

Soundness: by routine calculation.

Completeness.

The canonical model is defined as usual:

Let W be the set of all sets absolutely consistent and complete with respect to the logic;

Let $R = \{ \langle w, w' \rangle \in W \times W : \text{for all } \mathcal{B}_i : \Box \mathcal{B}_i \in w \Rightarrow \mathcal{B}_i \in w' \}$

Let

$$V(\mathcal{B}_j, w) = \begin{cases} 0 & \text{iff } \neg \mathcal{B}_j \notin w \text{ and } \mathcal{B}_j \in w \\ 2 & \text{iff } \mathcal{B}_j \in w \text{ and } \neg \mathcal{B}_j \in w \end{cases}$$

(\mathcal{B}_j atomic)

Now it is to be proved that

$$I(\mathcal{B}_j, v) = \begin{cases} 0 & \text{iff } \neg \mathcal{B}_j \notin v \text{ and } \mathcal{B}_j \in v \\ 2 & \text{iff } \mathcal{B}_j \in v \text{ and } \neg \mathcal{B}_j \in v \end{cases}$$

The proof proceeds in the usual inductive manner. Atomic cases: trivial. Nondoxastic cases: see Asenjo and Tamburino.

Now suppose the theorem holds for \mathcal{B}_n (Inductive Hypothesis).

First we prove the following lemma.

Lemma. $v \vdash \neg \Box \mathcal{B}_i \Rightarrow \exists v' (v R v' \text{ and } v' \vdash \neg \mathcal{B}_i)$

Proof of lemma.

Consider $S = \{ \mathcal{B}_j : w \vdash \Box \mathcal{B}_j \}$

Suppose $S \cup \{ \neg \mathcal{B}_i \}$ is inconsistent, i.e.,

$$S \cup \{ \neg \mathcal{B}_i \} \vdash A_1 \& \neg A_1.$$

$\Rightarrow S \vdash \neg \mathcal{B}_i \supset (A_1 \& \neg A_1)$ [deduction theorem]

\Rightarrow Here are $\mathcal{B}_1, \dots, \mathcal{B}_n \in S$ such that

$$\{ \mathcal{B}_1, \dots, \mathcal{B}_n \} \vdash \neg \mathcal{B}_i \supset (A_1 \& \neg A_1) \quad [\text{definition}]$$

$$\Rightarrow \vdash \beta_1 \supset (\beta_2 \supset \dots \supset (\beta_n \supset (\neg \beta_i \supset (A_i \& \neg A_i)))) \dots$$

[deduction theorem, n times]

$$\Rightarrow \vdash \Box (\beta_1 \supset (\beta_2 \supset \dots \supset (\beta_n \supset (\neg \beta_i \supset (A_i \& \neg A_i)))) \dots)$$

[by 2nd rule]

$$\Rightarrow \vdash \Box \beta_1 \supset \Box (\beta_2 \supset \dots \supset (\beta_n \supset (\neg \beta_i \supset (A_i \& \neg A_i)))) \dots$$

[M14, M.P.]

$$\Rightarrow \{ \Box \beta_1 \} \vdash \Box (\beta_2 \supset \dots \supset (\beta_n \supset (\neg \beta_i \supset (A_i \& \neg A_i)))) \dots$$

[def.]

Repeat n-1 times:

$$\Rightarrow \{ \Box \beta_1, \dots, \Box \beta_n \} \vdash \Box (\neg \beta_i \supset (A_i \& \neg A_i))$$

$$\Rightarrow \{ \Box \beta_1, \dots, \Box \beta_n, \neg \Box \beta_i \} \vdash \Box (\neg \beta_i \supset (A_i \& \neg A_i))$$

[triv.]

We also have

$$\{ \Box \beta_1, \dots, \Box \beta_n, \neg \Box \beta_i \} \vdash \neg \Box \beta_i \quad [\text{def.}]$$

$$\Rightarrow \{ \Box \beta_1, \dots, \Box \beta_n, \neg \Box \beta_i \} \vdash \neg \Box (\neg \beta_i \supset (A_i \& \neg A_i))$$

[ax. M15a]

But $\Box (\neg \beta_i \supset (A_i \& \neg A_i))$ is an

A-formula by C1b and C2a, so

$$\{ \Box \beta_1, \dots, \Box \beta_n, \neg \Box \beta_i \} \vdash \beta_i \quad \text{by M3.}$$

[β_i arbitrary]

$$\Rightarrow \{ \Box \beta_1, \dots, \Box \beta_n, \neg \Box \beta_i \} \text{ is inconsistent.}$$

$$\text{But } \{ \Box \beta_1, \dots, \Box \beta_n, \neg \Box \beta_i \} \subseteq w$$

(because $w \vdash \neg \Box \beta_i$ and w is complete), and w is consistent. Contradiction.

Hence $S \cup \{ \neg \beta_i \}$ must be consistent.

Extend $S \cup \{ \neg \beta_i \}$ to an absolutely consistent complete theory (possible by Lindenbaum's lemma): this yields the desired w' such that $w R w'$ and $w' \vdash \neg \beta_i$.

This concludes the proof of the lemma.

Now for the actual proof of the claim stated before the lemma.

Subcase (A).

$$\text{To prove: } w \vdash \Box \beta_R \text{ and } w \vdash \neg \Box \beta_R \Rightarrow \mathcal{C}(\Box \beta_R, w) = 2.$$

$$\text{Proof: } w \vdash \Box \beta_R \Rightarrow \forall w' (w R w' \Rightarrow w' \vdash \beta_R)$$

$$[\text{def. } R] : w \vdash \neg \Box \beta_R \Rightarrow \exists w' (w R w' \text{ and } w' \vdash \neg \beta_R). \quad [\text{lemma}]$$

$$\text{So } \exists w' (w R w' \text{ and } w' \vdash \neg \beta_R \text{ and } w' \vdash \beta_R);$$

$$\Rightarrow \exists w' (w R w' \text{ and } \mathcal{C}(\beta_R, w') = 2) \text{ by}$$

induction hypothesis; furthermore

$\forall w'(w R w' \Rightarrow w' \vdash \mathcal{B}_R) \stackrel{IH}{\Rightarrow} \forall w'(w R w' \Rightarrow \exists (\mathcal{B}_R, w') = 0 \text{ or } 2) ;$ Hence
 $\exists (\mathcal{O} \mathcal{B}_R, w) = 2 .$

Subcase (B)

To prove: $\exists (\mathcal{O} \mathcal{B}_R, w) = 2 \Rightarrow w \vdash \mathcal{O} \mathcal{B}_R$ and $u \vdash \neg \mathcal{O} \mathcal{B}_R .$

Proof: $\exists (\mathcal{O} \mathcal{B}_R, w) = 2 \stackrel{def.}{\Rightarrow} (a) \exists w'(w R w' \text{ and } \exists (\mathcal{B}_R, w') = 2) ; \stackrel{IH}{\Rightarrow} \exists w'(w R w' \text{ and } w' \vdash \mathcal{B}_R \text{ and } w' \vdash \neg \mathcal{B}_R) .$
 (b) $\forall w'(w R w' \Rightarrow \exists (\mathcal{B}_R, w') = 0 \text{ or } 2) \stackrel{IH}{\Rightarrow} \forall w'(w R w' \Rightarrow w' \vdash \mathcal{B}_R) .$

Ad (a): Suppose $w \vdash \mathcal{O} (\neg \mathcal{B}_R \supset (A, \& \neg A)) ; \stackrel{def. R}{\Rightarrow} \forall w'(w R w' \Rightarrow u' \vdash (\neg \mathcal{B}_R \supset (A, \& \neg A)))$
 $\stackrel{(a)}{\Rightarrow} \exists w'(w R w' \text{ and } u' \vdash A, \& \neg A) .$
 Contradicts absolute consistency of $w' .$
 $\Rightarrow w \not\vdash \mathcal{O} (\neg \mathcal{B}_R \supset (A, \& \neg A)) \stackrel{[complement u]}{\Rightarrow}$
 $\Rightarrow w \vdash \neg \mathcal{O} (\neg \mathcal{B}_R \supset (A, \& \neg A))$
 $\stackrel{MIS \&}{\Rightarrow} w \vdash \neg \mathcal{O} \mathcal{B}_R .$

Ad (b) $w \not\vdash \mathcal{O} \mathcal{B}_R \Rightarrow \exists w'(w R w' \text{ and } u' \not\vdash \mathcal{B}_R) .$

[For $w \not\vdash \mathcal{O} \mathcal{B}_R \Rightarrow (1) \mathcal{B}_R$ is an \mathcal{A} formula.
 (2) $w \vdash \neg \mathcal{O} \mathcal{B}_R$

From (1): $\Rightarrow \exists w'(w R w' \text{ and } w' \vdash \neg \mathcal{B}_R)$
 by lemma ; Hence by (1) :
 $\exists w'(w R w' \text{ and } w' \not\vdash \mathcal{B}_R) .]$

Contradiction. So $w \vdash \mathcal{O} \mathcal{B}_R .$

Subcase (C)

To prove: $w \vdash \mathcal{O} \mathcal{B}_R$ and $u \not\vdash \neg \mathcal{O} \mathcal{B}_R \Rightarrow \exists (\mathcal{O} \mathcal{B}_R, w) = 0$

Proof: (a) $w \vdash \mathcal{O} \mathcal{B}_R \stackrel{def. R}{\Rightarrow} \forall w'(w R w' \Rightarrow w' \vdash \mathcal{B}_R) .$
 (b) $u \not\vdash \neg \mathcal{O} \mathcal{B}_R \stackrel{MIS \&}{\Rightarrow} w \not\vdash \neg \mathcal{O} (\neg \mathcal{B}_R \supset (A, \& \neg A))$
 $\stackrel{compl. u}{\Rightarrow} w \vdash \mathcal{O} (\neg \mathcal{B}_R \supset (A, \& \neg A))$
 $\stackrel{def. R}{\Rightarrow} \forall w'(w R w' \Rightarrow u' \vdash (\neg \mathcal{B}_R \supset (A, \& \neg A)))$
 $\Rightarrow \forall w'(w R w' \Rightarrow w' \not\vdash \neg \mathcal{B}_R)$
 by consistency $w' .$

(a) and (b) : $\forall w'(w R w' \Rightarrow u' \vdash \mathcal{B}_R \text{ and } w' \not\vdash \neg \mathcal{B}_R) \stackrel{IH}{\Rightarrow} \forall w'(w R w' \Rightarrow \exists (\mathcal{B}_R, w') = 0) \stackrel{def.}{\Rightarrow} \exists (\mathcal{O} \mathcal{B}_R, w) = 0 .$

Subcase (D)

To prove: $\exists (\Box B_R, w) = 0 \Rightarrow w \Box B_R$ and $w \not\vdash \neg B_R$.

Proof: $\exists (\Box B_R, w) = 0 \stackrel{df.}{\Rightarrow} \forall w' (w R w' \Rightarrow \exists (\Box B_R, w') = 0 \stackrel{IH}{\Rightarrow} \forall w' (w R w' \Rightarrow w' \Box B_R$ and $w' \not\vdash \neg B_R$).

(a) $\forall w' (w R w' \Rightarrow w' \Box B_R) \Rightarrow w \Box B_R$

[Compare subcase (B) and (b)].

(b) Suppose $w \Box \neg B_R$; $\Rightarrow \exists w' (w R w'$ and $w' \Box \neg B_R)$ [Lemma]. Contradiction; Hence $w \not\vdash \Box \neg B_R$.

This concludes the proof of the claim stated before the lemma. Completeness follows as usual (compare Asenjo and Tamburino, p. 39). Suppose $\not\vdash B_i$. Then there is an absolutely consistent complete theory S such that $B_i \notin S$. Hence there is a w in the canonical model such that $I(B_i, w) \neq 0$ or 2, hence B_i is not valid, Q.E.D.

(Strong completeness - $S \vdash B_i$ iff in all models $I(B_i, w) \neq 1$ if for all $B_j \in S$, $I(B_j, w) \neq 1$ - also follows as usual.)

Finally, the following abbreviations might be convenient:

$\perp =_{df} A_1 \& \neg A_1$.
 $\neg B_i =_{df} B_i \supset (A_1 \& \neg A_1)$.

\neg may be seen as strong, "ontological" negation, while \Box is weak, "epistemological" negation. Strong negation has the following truth table:

B_i	$\neg B_i$
0	1
2	1
1	0

D. COMPARISON WITH SOME OTHER PARACONSISTENT LOGICS.

1. Arruda's paraconsistent logic.

The truth-tables of Arruda's (1977) paraconsistent system V2 differ in only one respect from those of Asenjo and Tamburino: Arruda admits only atomic antinomies. When one compresses Asenjo's and Tamburino's tables to quasi-truth-functional ones (following the procedure described by Rescher 1969, pp. 166-184) by changing 0 and 2 to T and 1 to F, one gets Arruda's tables for V2, except that the second line of the resulting table for negation is - in contrast to Arruda's table for negation - not restricted to atomic statements.

B_i	$\neg B_i$
T	F
T	T
F	T

2. Routley and Meyer's RM3.

The difference with the truth-tables of this system is also quite small: the only difference is in the truth-table for paraconsistent material implication, and that in only one place.

$B_1 \supset B_2$

B_1	0	1	2
0	0	1	1
1	0	0	0
2	0	1	2

(See Meyer in Anderson and Belnap 1975, pp. 470-1.)

3. Rescher and Brandom, David Lewis.

Finally, something may be said about how the above approaches compare with a radically different method of treating inconsistencies. The latter approach has been advocated by Rescher and Brandom (1980) and D. Lewis (1982, 1983). They use a "method of fragmentation": when one is confronted with a theory containing incompatible sentences, what one should do is quarantining these sentences from each other. This method does not work when the set contains an inconsistency of the form

"p&-p" (an explicit contradiction, so to say); but it does work when the inconsistency is merely implicit, in the sense that both "p" and "-p" are present, but not their conjunction. One should not infer conjunctions from conjuncts. One should be careful with implications; only one-premise implications can be trusted not to mix fragments, with many-premise implications there is always the danger of reasoning from mixtures of fragments.

As Rescher and Brandom have shown, this approach is certainly viable; but there is always a certain arbitrariness in deciding what to count as one fragment and what as a collection (aggregate, sum, superposition) of fragments. This has been noted by Belnap (1976: 50), and one cannot but agree:

[Rescher] "suggests reasoning from an inconsistent set of premisses by looking at all the consistent subsets. The difficulty with that idea, in my judgment, is that it is too sensitive to the way the set of premisses is broken down into separate sentences."

So this alternative approach leaves us with a bitter after-taste.

E. APPLICATIONS.

1. Doxastic logic.

As R. and V. Routley write:

"The misconceived attempt to provide consistent descriptions of beliefs of mentally disordered people has in fact led to serious misdescriptions of certain mental cases, for instance the attempt to describe schizophrenics as several people in one." (1975: 220)

Standard doxastic logic in the tradition of Hintikka does nothing to alleviate this unfortunate state of affairs: when one is led to ascribe the belief in an inconsistency to someone (however remote this inconsistency may be, and however "implicit"), this at once leads to the conclusion that the agent under consideration believes everything (at least implicitly). This is usually an unacceptable conclusion, so one is forced to redescribe the case as involving

"two persons in one body", or as involving the believing that p in one respect, and the believing of -p in another respect; in this way, the contents of both beliefs remain segregated. Or one must renounce the axiom $Bp \& Bq \rightarrow B(p \& q)$ [the "systemic nature of belief", as the Routleys call it], but as the Routleys show, this also may be unacceptable. This is, in effect, the same course of action as has been described under D3 above, and it suffers from the same drawbacks. (Rescher and Brandom (1980) describe this way of fragmenting belief in detail.)

The paraconsistent approach provides an attractive alternative. Now it is possible to say that Bp and $B-p$; one even may infer $B(p \& -p)$; but this does not imply Bq . One does not have to invoke "multiple cognitive subsystems", "multiple personality", "functional homunculi", one is not driven to a "committee view of the mind": one may simply take these inconsistencies in someone's system of beliefs at their face-value.

2. Deontic logic.

Much the same remarks apply to deontic logic. As Chellas writes: "It is a matter of controversy whether deontic logic should [...] rule on the question whether contrary obligations O_p and $O-p$ are always inconsistent. Indeed, it is arguable that the possibility of such conflict is a main feature of some concepts of obligation, that it is often this, for example, that gives moral dilemmas their poignancy." (1980: 201)

Not surprisingly, Chellas then opts for dropping the conjunction principle $O_p \& O_q \rightarrow O(p \& q)$, thus mutually insulating various obligations. Our paraconsistent logic shows another way out: accept these contrary obligations, but take care not to infer everything from them. However, this is a subject which certainly deserves further study.

2. Pluralistische doxastische logica.

The present chapter was written in reaction to Sadegh-Zadeh's review of Lenzen's (1980) in Erkenntnis. (Sadegh-Zadeh 1985). In this review, Sadegh-Zadeh wrote:

What I want to say is that a non-classical epistemic logic is overdue, but I do not know whether it should be a many-valued one or another kind.

Sadegh-Zadeh is asking here for the approach we have given in the previous chapter. Now, as the success of our enterprise shows, a non-classical doxastic-epistemic logic may certainly be devised; but our proposal suffers from the same defect as traditional, classical doxastic logic, viz., one-sidedness. In the present essay, this objection will be outlined in greater detail, and a less narrow approach will be adopted. In reply to my proposal, Sadegh-Zadeh wrote (private communication, June 3, 1985):

I completely agree with your criticisms and comments on the logic-relativity of so-called rationality. [...] I accept your objection to my proposals. [...]

In my opinion, a real shortcoming of doxastic logic in the style of Hintikka is the parochiality of the outlook it takes on rational belief. By this I mean that it recognizes only one sort of rational belief, viz. belief that is rational with respect to the classical propositional calculus; it represents only one concept of rationality, viz., the classical propositional calculus concept of rationality. This may be seen from such derived rules as $\vdash_C p \Rightarrow \vdash_L Bp$ and $\vdash_C p \leftrightarrow q \Rightarrow \vdash_L Bp \leftrightarrow Bq$, where \vdash_C stands for "it is a theorem of the classical propositional calculus that p", \Rightarrow is the metalinguistic abbreviation of implication, and L is the doxastic logic under consideration. Obviously, the doxastic operator B may be read in the usual way as "a perfect classical logician believes that ...", "from

the point of view of classical logic it is rational to believe that ...", "one is, according to classical logic, committed to believe that ...", or "judging by classical logic, one implicitly believes that ..."; but equally obviously, the operator cannot be read as "a perfect intuitionist believes that ...", or as "it is, paraconsistently speaking, rational to believe that ...". For perfect intuitionists simply do not believe that p or not p; and from the point of view of paraconsistent logic, one is not committed to believe that $(p \wedge \neg p) \rightarrow q$. Doxastic logic in the tradition of Hintikka may work for perfect classical logicians, but it does not apply to perfect intuitionists or perfect paraconsistent logicians; let alone to ordinary people.

Now the thing to do here to remedy the situation is, in my opinion, not as easy as Sadegh-Zadeh suggests in his review: we should not simply start from a paraconsistent basis. This course has already been followed by Richard and Valery Routley in their very interesting paper (1975) - it is a lamentable oversight that they are not mentioned in Lenzen (1978) and Lenzen (1980) - but it, in fact, lands one with equally undesirable results. For example, in their weak relevant inconsistency-tolerating doxastic logic B_2 it is provable that $B \neg \neg p \rightarrow Bp$, which makes it inapplicable to intuitionists; also, it is provable that $B(p \wedge (q \vee r)) \rightarrow B((p \wedge q) \vee (p \wedge r))$, which makes it inapplicable to quantum logicians, while $B(p \wedge q) \rightarrow B(q \wedge p)$ shows that the belief operator cannot stand for "it is, from the perspective of Von Wright's (1963) noncommutative logic (in which \wedge is read as "and then"), rational to believe that ...". Furthermore, it is not clear why we should weaken the nondoxastic part of our logic to a paraconsistent one when we want to speak about the beliefs of paraconsistent logicians. Shouldn't we leave the axioms and rules of inference not involving doxastic operators completely

unaltered, shouldn't we remain classical logicians (or what-ever we already happened to be) while talking about the beliefs of non-classical believers? (This is, of course, precisely my objection to Sadegh-Zadeh's proposals on pp. 109-110 of his review.)

In my opinion, the correct course of action to be taken is different: it simply should be recognized that there are as many forms of rational belief as there are logics. Accordingly, a logic of rational belief should not contain one belief-operator, but as many logic-relativized belief-operators as there are logics.

To make this idea precise I propose the following definition:

In a logical system L_i , the logic-relativized belief-operator B_j represents an L_j -conception of rationality iff L_i is weakly L_j -normal for B_j , i.e., iff $\{p: \vdash_{\bar{1}} B_j p\}$ is an L_j -deductively closed theory.

(A set S of sentences is L_j -deductively closed iff $S \vdash_j p$ implies $p \in S$.)

An equivalent definition is:

In L_i , B_j represents an L_j concept of rationality iff for all L_i -deductively closed theories X , $\{p: B_j p \in X\}$ is an L_j -deductively closed theory.

It will be clear that all systems in Lenzen (1978) represent only classical logical concepts of rational belief. Similarly, all modal logics in Hughes' and Cresswell's (1968) table on p. 346 represent classical logical conceptions of necessity.

How does doxastic logic with logic-relativized doxastic operators work? As an illustration, I have constructed a system with four logic-relativized operators. For the non-doxastic basis I have chosen the classical propositional calculus. When we are going to speak about the beliefs of other logicians we do not have to change our own logic; just as the ascription of beliefs is, according to R. Clark (1976),

mainly a matter of keeping the references and concepts of those of us who are scribes, recording the occurrences of psychical happenings, distinct from those of the agents to whom we ascribe mental events (p. 75)

- so the ascription of other logics is a matter of keeping the agents' and our (the scribes') logics distinct.

Because we have a classical non-doxastic basis, we have included the corresponding classical logical concept of rationality. B_c may be read as "a classical logician believes that ...".

Our second concept of rationality corresponds to Arruda's paraconsistent system $V2$. B_a may be read as "it is $V2$ -rational to believe that ...", etc.

Finally, we have included the two most famous non-classical logics, Brouwer's intuitionism as formalized by Heyting, and Łukasiewicz's three-valued logic as axiomatized by Wajsberg. Corresponding operators: B_b ('b' for 'Brouwer'), and B_d ('d' for 'dreiwertig').

We have not merely made our logic weakly $V2$ -normal for B_a , weakly intuitionistically normal for B_b , etc., but strongly $V2$ -normal for B_a , etc. (L_i is strongly L_j -normal for B_j iff, for every sequence O^n of n ($n \in \mathbb{N}$, $n \geq 0$) operators from the language (the null-sequence not excepted), $\{p: \vdash_{\bar{1}} O^n B_j p\}$ is an L_j -deductively closed theory.) This not only makes for a more elegant semantics, it is also eminently acceptable. Of course it is $V2$ -rational to believe that it is intuitionistically rational to believe that it is classically rational to believe that $(p \vee \neg p)$!

Our semantics is a variant of possible-world semantics in which four types of worlds are assumed. Thus, W_a is the set of $V2$ -possible worlds. Paraconsistent believers localize the actual world among the W_a -worlds. But for intuitionists,

these are merely imaginary worlds (approximately in the sense of Vasil'ev); they localize the actual world among the W_b -worlds. In this way, everyone has his cognitive limitations; a lot of worlds always remain beyond the cognitive horizon of each believer, — without anyone ever noticing this: everyone is, of course, right in his localizing according to his own logic, just as everyone is rational according to his own logic. It does not make sense to speak of absolute correctness for the agents themselves; who is right in the absolute sense can only be judged by someone from outside, by someone having a God's Eye point of view.*

One may notice that the system is not really truth-functional; like Arruda's system, it is only quasi-truth-functional, also in so far as the W_d -worlds are concerned. The completeness proof contains some features I have not seen before (e.g., the definition of the W_a -, W_b -, and W_d - worlds).

A doxastic logic with four logic-relativized operators.

1. The language.

Let AT be a denumerable set. The set of formulae, FORM, is the smallest set such that $AT \subseteq FORM$, and if $p, q \in FORM$ then $\neg p, p \rightarrow q, p \wedge q, p \vee q, B_a p, B_b p, B_c p, B_d p \in FORM$. $VAS \subseteq AT \cup \{B_i p : B_i p \in FORM\}$ is the set of Vasil'evian formulae. (Here, and in all of the following, i (and j) are variables ranging over a,b,c,d.)

2. Axiomatization.

The logical system L_c has the following axiom schemes:

* See note on last page of this chapter.

1. $(p \wedge q) \rightarrow p$
2. $(p \wedge q) \rightarrow q$
3. $(p \rightarrow q) \rightarrow ((p \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow (q \wedge r)))$
4. $p \rightarrow (p \vee q)$
5. $q \rightarrow (p \vee q)$
6. $(p \rightarrow r) \rightarrow ((q \rightarrow r) \rightarrow ((p \vee q) \rightarrow r))$
7. $p \rightarrow (q \rightarrow p)$
8. $(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r))$
9. $p \vee \neg p$
10. $\neg p \rightarrow (p \rightarrow q)$
11. $B_i(p \rightarrow q) \rightarrow (B_i p \rightarrow B_i q)$
12. $B_a p$, if p is one of axioms 1 - 9, 11.
13. $B_a(p \wedge \neg p)$, if $p \in VAS$
14. $B_a(\neg p \rightarrow (p \rightarrow q))$, if $p \notin VAS$
15. $B_b p$, if p is one of axioms 1 - 8, 10, 11.
16. $B_b((p \rightarrow q) \rightarrow ((p \rightarrow \neg q) \rightarrow \neg p))$
17. $B_c p$, if p is one of axioms 1 - 11.
18. $B_d p$, if p is one of axioms 1 - 7, 11.
19. $B_d((p \rightarrow q) \rightarrow ((q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)))$
20. $B_d(((p \rightarrow \neg p) \rightarrow p) \rightarrow p)$
21. $B_d((\neg p \rightarrow \neg q) \rightarrow (q \rightarrow p))$

Rule schemes of L_c :

- R1. $\vdash_c p$ and $\vdash_c p \rightarrow q \Rightarrow \vdash_c q$
- R2. $\vdash_c B_i p \Rightarrow \vdash_c B_j B_i p$

Here $\vdash_c p$ is short for $\emptyset \vdash_c p$. When $S \subseteq FORM$, $S \vdash_c p$ means: p is derivable from S by means of the axioms and rules of L_c .

3. Some observations.

- 1. $L_C = \{p: \vdash_C B_C p\}$. Proof: easy. Compare Chellas (1980: 124-5) if necessary.

Definition: $L_i =_{df} \{p: \vdash_C B_i p\}$.

- 2. $\vdash_I p$ and $\vdash_I p \rightarrow q \Rightarrow \vdash_I q$. (By axioms 11, 12, 15, 17, 18, and R1.)
- 3. If p is a theorem of Arruda's V2, then $\vdash_a p$.
Proof: by an easy induction on the length of the V2-proof, using axiom 12 and observation 2.
- 4. If p is a theorem of intuitionistic logic, then $\vdash_B p$.
Proof: similar, using axiom 15 and obs. 2.
- 5. If p is a theorem of Łukasiewicz's three-valued logic, then $\vdash_a p$. Proof: similar, using axiom 18 and obs. 2.
- 6. $\vdash_I B_i(p \rightarrow q) \rightarrow (B_i p \rightarrow B_i q)$. (By axioms 12, 15, 17, 18.)
- 7. $\vdash_I p \Rightarrow \vdash_I B_i p$. (By R2).

4. Semantics.

A (Kripke) model for L_C is a structure

$\langle W_a, W_b, W_c, W_d, \succ, R, V \rangle$,

where

W_a, W_b, W_c, W_d are sets (of "possible worlds");

$W_c = W_b \cap W_d$;

\succ is a binary reflexive and transitive relation on W_b ;

R is a binary relation on $W_a \cup W_b \cup W_c \cup W_d$;

$w_1 \succ w_2$ and $w_1 R w_3 \Rightarrow w_2 R w_3$ ("the set of doxastic alternatives decreases with time");

$V: \text{FORM} \times W \rightarrow \{1, \frac{1}{2}, 0\}$ is a function such that

$w \in W_a \cup W_b \Rightarrow V(p, w) \neq \frac{1}{2}$,

$w_1 \succ w_2$ and $V(p, w_2) = 1 \Rightarrow V(p, w_1) = 1$,

if $w \in W_a$: if $p \in \text{VAS}$: $V(\neg p, w) = V(p, w) = 1$,

if $p \notin \text{VAS}$: $V(\neg p, w) = 1$ iff $V(p, w) = 0$,

$V(p \rightarrow q, w) = 1$ iff $V(p, w) = 0$ or $V(q, w) = 1$,

if $w \in W_b$: $V(\neg p, w) = 1$ iff $\forall w' \succ w V(p, w') = 0$,

$V(p \rightarrow q, w) = 1$ iff $\forall w' \succ w (V(p, w') = 0$ or $V(q, w') = 1)$,

if $w \in W_d$: $V(\neg p, w) = 1 - V(p, w)$,

$V(p \rightarrow q, w) = \min(1, (1 - V(p, w)) + V(q, w))$;

furthermore, for all w :

$V(p \wedge q, w) = \min(V(p, w), V(q, w))$,

$V(p \vee q, w) = \max(V(p, w), V(q, w))$,

$V(B_i p, w) = 1$ iff $\forall w' \in W_i (w R w' \Rightarrow V(p, w') = 1)$.

When $S \subseteq \text{FORM}$, $S \models p$ means: for all models (in the above sense):

$\forall w \in W_C (\forall q \in S V(q, w) = 1 \Rightarrow V(p, w) = 1)$.

5. Soundness and completeness.

Theorem: $S \vdash_C p$ iff $S \models p$.

Proof: " \Rightarrow " (soundness): by routine calculation.

" \Leftarrow " (strong completeness):

Preliminary definitions: when $S \subseteq \text{FORM}$, we say that

- S is L_i -maximally consistent iff

- S is L_i -consistent, i.e., not for all p , $S \vdash_I p$,

- if $S \cup \{p\}$ is L_i -consistent, then $p \in S$;

- S is L_i -full iff - S is L_i -consistent,

- S is an L_i -deductively closed theory,

- $p \vee q \in S \Rightarrow p \in S$ or $q \in S$.

Now we define the proper canonical model

$\mathbb{M} = \langle W_a, W_b, W_c, W_d, \succ, R, V \rangle$ as follows:

for $i = a, c, d$, $W_i = \{S \subseteq \text{FORM}: S \text{ is } L_i\text{-maximally consistent}\}$;

for $i = b$, $W_i = \{S \subseteq \text{FORM}: S \text{ is } L_i\text{-full}\}$;

$\succ = \{ \langle w, w' \rangle \in W_b \times W_b : w' \leq w \}$;

$R \upharpoonright W_i = \{ \langle w, w' \rangle : \{p: B_i p \in w\} \leq w' \text{ and } w' \in W_i \}$, i.e.,

if $w' \in W_i$, then $w R w'$ iff $\{p: B_i p \in w\} \leq w'$.

$V(p,w) = 1$ if $p \in w$,
 for $w \in W_a \cup W_b$: $V(p,w) = 0$ if $p \notin w$,
 for $w \in W_j$: $V(p,w) = \frac{1}{2}$ if $p \notin w$ and $\neg p \in w$,
 $V(p,w) = 0$ if $p \in w$ and $\neg p \in w$.

Fundamental theorem for \underline{M} : \underline{M} is a genuine model.

Proof: the only noteworthy part is the proof that V is a genuine valuation. Proof of the latter claim:

- For the non-doxastic cases see Arruda (1977) (for $w \in W_a$), Segerberg (1968) (for $w \in W_b$), Chellas (1980) (for $w \in W_c$), and Goldberg et al. (1974) (for $w \in W_d$). These may be used because of observations 3, 4, 1, and 5, respectively. (Goldberg et al. do not consider conjunction and disjunction, but these cases are easy since $(p \wedge q) \rightarrow \neg((p \rightarrow q) \rightarrow \neg p)$ and $(p \vee q) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow q)$ as well as their converses are provable in L_d .)
- To prove that $V(B_i p, w) = 1$ iff $\forall w' \in W_i (wRw' \Rightarrow V(p, w') = 1)$, i.e. (by definition R, V): $B_i p \in w$ iff $\forall w' \in W_i (\{q: B_i q \in w\} \subseteq w' \Rightarrow p \in w')$.
 " \Rightarrow " is trivial.
 " \Leftarrow ": Suppose $\forall w' \in W_i (\{q: B_i q \in w\} \subseteq w' \Rightarrow p \in w')$. This implies $\{q: B_i q \in w\} \vdash_i p$ by a variant of Lindenbaum's lemma.
 $\{q: B_i q \in w\} \vdash_i p$ means there are $q_1, \dots, q_n (n \in \mathbb{N})$ such that $B_i q_1, \dots, B_i q_n \in w$ and $\{q_1, \dots, q_n\} \vdash_i p$, whence $\vdash_i q_1 \rightarrow (q_1 \rightarrow \dots \rightarrow (q_n \rightarrow (q_n \rightarrow p)) \dots)$ by n applications of $S \cup \{q \vdash_i p \Rightarrow S \vdash_i q \rightarrow (q \rightarrow p)$, which is provable for each L_i . (Cf. Schotch et al. 1978, if necessary.) Let $w \in W_j$ (j arbitrary). By observation 7 we have $\vdash_j B_i (q_1 \rightarrow (q_1 \rightarrow \dots \rightarrow (q_n \rightarrow (q_n \rightarrow p)) \dots))$, which yields $\vdash_j B_i q_1 \rightarrow (B_i q_1 \rightarrow \dots \rightarrow (B_i q_n \rightarrow (B_i q_n \rightarrow B_i p)) \dots)$ by $2n$ applications of observation 6 and 2. But each $B_i q_k$,

$1 \leq k \leq n$, is in w , hence $w \vdash_j B_i p$ by $2n$ applications of observation 2, whence $B_i p \in w$ by L_j -maximal consistency or L_j -fullness of w , QED.

Strong completeness readily follows. Suppose $S \text{ non} \vdash_C p$. By a variant of Lindenbaum's lemma there exists an L_C -maximally consistent $S' \supseteq S$ such that $p \notin S'$; so there is a $w \in W_C$ in \underline{M} (viz., S') such that $\forall q \in S q \in w$ but $p \notin w$, whence $\forall q \in S V(q, w) = 1$ but $V(p, w) \neq 1$ by definition of V . But \underline{M} is a genuine model, hence $S \text{ non} \models p$, QED.

6. Extra conditions on R: two words of caution.

Note that the additional semantical requirement that R is reflexive corresponds to two additional axiom schemes, viz. $B_c p \rightarrow p$ and $B_i (B_i p \rightarrow p)$.

Transitivity of R corresponds to $B_i p \rightarrow B_j B_i p$.

Finally, I want to draw attention to some special properties of this logic. It is obvious that what a paraconsistent logician believes cannot be true, by our lights: for adding the axiom $B_a p \rightarrow p$ to L_C would immediately result in absolute inconsistency of L_C in the sense that every formula would be derivable. So paraconsistent belief cannot be knowledge. Another interesting theme to reflect on is the subject of communication. Communication between an intuitionist and a follower of Łukasiewicz might be profitable: if we add the axiom $B_b p \rightarrow B_d p$ we may prove that $B_d q$, where q is any theorem of classical logic; similarly, if we add $B_d p \rightarrow B_b p$, we get $B_b q$, where q is, again, any classical logical theorem. So here communication results in the acquisition of a rather stronger logic. But adding $B_a p \rightarrow B_i p$, where $i = b, c$, or d , would be disastrous: then we immediately get $\vdash_C B_i q$, where q is any formula of the language. (And similarly for the converse.) The morale seems to be that one should not trust everyone: sometimes trust may be profitable, but as Dr. Johnson observed,

"He that trusts every one without reserve will at last be deceived."

This concludes my exploration of one particular non-parochial ("liberal", "pluralistic") doxastic logic. As one may see, my approach is not in direct conflict with the Lenzen/Hintikka line; it is merely an extension of the latter. It does shed some extra light on the problem of occurrent (explicit) belief, though. Usually the problem of the analysis of explicit belief ascriptions is solved by putting forward a very weak logic. Examples of these are Eberle 1974, and Schotch and Jennings 1981. But it is hard to see what connection these logics have with the logic of rational belief (à la Hintikka); the subjects seem to stand apart from each other, to remain mutually irrelevant ("incommensurable"). Moreover, it seems that all these logics are, despite their weakness, nevertheless still too strong; as the Routleys argue, counterexamples can always be found, because they in effect adopt the assent model of belief — and one can assent to anything. Sadegh-Zadeh's "logic" (1982) is an example of what one gets when one follows this road to its end: a trivial logic in the sense of the Routleys (1975, p. 186):

A necessary condition for saying that belief has a non-trivial logic is that it is not the case that the only sentences substitutable in belief contexts are type identities.

Now, my analysis makes clear what is going on here. There is no denying that we can only carry out the most cautious inferences regarding other peoples' (and our own?) explicit beliefs — and even then, we often turn out to be wrong. As regards reasoning about explicit beliefs, hardly anything goes (to vary Feyerabend's phrase). But the diagnosis of this inability is, in my opinion, clear: hardly any inferences are warranted a priori because we do not know, a priori, which logics other people adhere to. There are uncountably many possibilities; it is an empirical matter to find out which ("internal") logic an agent

actually has. Only when we have established this do we have the means for failsafe reasoning about the agent's convictions; until we have done so, we are bound to remain in the dark about the paths his mind follows.

* Note.

In a sense, our model teaches us a kind of ontological caution: there may be other worlds than our logic allows us to imagine. As Montaigne remarked a long time ago:

Now if there are many worlds, as [...] almost all philosophy has taught, how do we know whether the principles and rules of this one apply similarly to the others? Perchance they have a different appearance and different laws.

(The Complete Works of Montaigne, translated by D.F. Frame. Stanford 1958, p. 390.)

(N.B. On Vasil'evian Imaginary Worlds, see: Arruda (1977, 1984).)

3. Referenties bij appendix.

- Anderson, A.R., Belnap, N.D., Jr. (1975) Entailment: the logic of relevance and necessity. Princeton, N.J.: Princeton University Press.
- Arruda, A.I. (1977) "On the imaginary logic of N.A. Vasil'ev." In A.I. Arruda et al., eds., Non-classical logics, model theory and computability. Amsterdam: North-Holland, 3-24.
- Arruda, A.I. (1984) "N.A. Vasil'ev: A Forerunner of Paraconsistent Logic". Philosophia Naturalis 21, 472-491.
- Asenjo, F.G., Tamburino, J. (1975) "Logic of antinomies". Notre Dame Journal of Formal Logic 16: 17-44.
- Belnap, N.D., jr. (1977) "A useful four-valued logic". In J.M. Dunn and G. Epstein, eds., Modern uses of multiple-valued logic. Dordrecht: Reidel, 5 - 37.
- Belnap, N.D., jr. (1976) "How a computer should think." In G. Ryle, ed., Contemporary aspects of philosophy. Stocksfeld 1976, 30 - 56.
- Chellas, B.F. (1980) Modal logic. Cambridge: Cambridge U.P.
- Clark, R. (1976) "Old foundations for a logic of perception". Synthese 33: 75-99.
- Eberle, R.A. (1974) "A logic of believing, knowing, and inferring". Synthese 26: 356-382.
- Goldberg, H., Leblanc, H., Weaver, G. (1974) "A strong completeness theorem for 3-valued logic." Notre Dame Journal of Formal Logic 15: 325-330.
- Hintikka, J. (1962) Knowledge and belief. Ithaca: Cornell University Press.
- Hughes, G.E., Cresswell, M.J. (1968) An introduction to modal logic. London: Methuen, repr. 1977.
- Lenzen, W. (1978) Recent work in epistemic logic. Amsterdam: North-Holland. (Acta Philosophica Fennica, vol. 30, no. 1).
- Lenzen, W. (1980) Glauben, Wissen und Wahrscheinlichkeit. Wien: Springer.

- Lewis, D. (1982) "Logic for equivocators." NOUs 16, 431-441.
- Lewis, D. (1983) "Impossible fictions". In Philosophical papers, vol. I. New York: Oxford U.P., 277-8.
- Rescher, N. (1969) Many-valued logic. New York: McGraw-Hill.
- Rescher, N., Brandom, R. (1980) The logic of inconsistency. Oxford: Basil Blackwell.
- Routley, R. and V. (1975) "The role of inconsistent and incomplete theories in the logic of belief." Communication and Cognition 8, 185-235.
- Sadegh-Zadeh, K. (1982) "Perception, illusion and hallucination". Metamedicine 3: 159-191.
- Sadegh-Zadeh, K. (1985) Review of Lenzen (1980). Erkenntnis 23: 97-112.
- Schotch, P.K., et al. (1978) "A note on three-valued modal logic." Notre Dame Journal Formal Logic 19, 63-68.
- Schotch, P.K., Jennings, R.E. (1981) "Epistemic logic, skepticism, and non-normal modal logic." Philosophical Studies 40: 47-67.
- Segerberg, K. (1968) "Propositional logics related to Heyting's and Johansson's". Theoria 34: 24-61.
- Wright, G.H. von. (1963) Norm and action. London: Routledge and Kegan Paul.